

УДК 550.383+550.389

## ИНТЕРПРЕТАЦИЯ 2D МАГНИТНЫХ АНОМАЛИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

© 2025 г. С. А. Меркурьев<sup>1, \*</sup>, С. А. Иванов<sup>1, \*\*</sup>, И. М. Демина<sup>1, \*\*\*</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский филиал Института земного магнетизма, ионосферы  
и распространения радиоволн РАН (СПбФ ИЗМИРАН), Санкт-Петербург, Россия

\*e-mail: sam\_hg@hotmail.com

\*\*e-mail: sergei.a.ivanov@mail.ru

\*\*\*e-mail: dim@izmiran.spb.ru

Поступила в редакцию 28.05.2024 г.

После доработки 26.08.2024 г.

Принята к публикации 26.09.2024 г.

Определение границ аномалеобразующих тел (глубинных источников) является важным шагом в интерпретации аномалий потенциальных полей при геофизических исследованиях. В данной работе для решения этой задачи предложен метод, основанный на непрерывном вейвлет-анализе магнитных профилей. Показано, что экстремумы вейвлет-преобразования с ядром в виде производных функции Гаусса разного порядка от магнитного поля, создаваемого отдельными телами простой формы, можно связать с их геометрическими параметрами. Для вейвлет-преобразования магнитного поля, создаваемого отдельными телами, с ядром в виде производных функции Гаусса разного порядка найдена связь между экстремумами вейвлет-преобразования и геометрией тел. Разработана методика определения границ блоков магнитоактивного слоя. Предложенный метод апробирован на модельных данных простейших одиночных тел и на спрединговой модели. Показана высокая разрешимость метода, позволяющего определять границы блоков спрединговой модели с точностью до 400 м. Метод был применен к реальному магнитному профилю, пересекающему типичную океаническую структуру: срединно-океанический хребет Рейкьянес. Полученные результаты подтверждают, что предложенный метод обладает гораздо более высокой разрешающей способностью по сравнению с методом аналитического сигнала и позволяет выделять узкие блоки. Для уточнения границ этих блоков предполагается разработка методики, основанной на результатах моделирования.

**Ключевые слова:** магнитоактивный слой, границы блоков, вейвлет-анализ, метод аналитического сигнала

**DOI:** 10.31857/S0016794025020097, **EDN:** CXXGOO

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Задача определения пространственной локализации и геологической структуры источников потенциальных полей по гравиметрическим и магнитным данным была и остается в центре внимания геофизиков, поскольку ее решение имеет решающее значение при планировании и организации поисковых и специальных работ, а также лежит в основе проведения фундаментальных и прикладных исследований. Для решения этой задачи существуют различные приемы обработки геофизической информации и методы анализа сигналов, такие как преобразование Фурье, филь-

трация, спектр мощности, производные и т.д., которые широко используются в геофизических моделях при исследовании структур Земли.

Для анализа магнитных данных предложено несколько методов, позволяющих интерпретировать геометрию источников. Среди них можно выделить методы, основанные на вычислении производных поля [Miller and Singh, 1994; Verduzco et al., 2004], [Wijns et al., 2005], [Cooper and Cowan, 2006], [Ferreira et al., 2013]. Эти методы просты в реализации и не требуют больших вычислительных затрат. Их обзор и сравнитель-

ный анализ можно найти в работах [Gunn, 1997; Nabighian et al., 2005; Cooper and Cowan, 2011].

Другая не менее важная задача при интерпретации магнитных аномалий состоит в определении глубины источника. Для решения этой задачи наибольшую популярность приобрели такие автоматические методы, как деконволюции Вернера [Werner, 1953] и Эйлера [Thompson, 1982; Reid et al., 1990], в которых проблема оценки глубины трансформируется в решение системы линейных уравнений. Другой подход к получению оценки глубины магнитоактивного слоя состоит в использовании спектрального анализа магнитометрических данных. По сути, этот метод представляет собой преобразование магнитного поля из пространственной области в частотную с использованием одно- или двумерного, в зависимости от вида исходных магнитных данных, преобразования Фурье с последующей его интерпретацией. Широкое распространение получил метод, предложенный в работе [Spector and Grant, 1970], где в качестве модели аномалеобразующих тел рассматривался ансамбль блоков различной глубины, ширины, толщины и намагниченности, и анализировалась форма спектра магнитных данных в зависимости от этих параметров. Возможность определения мощности магнитоактивного слоя по автокорреляционным функциям рассмотрена в работе [Портнова и др., 1987].

Перечисленные выше методы, как правило, используются для первичного анализа площадных данных (гридов) при исследовании структур Земли, поскольку позволяют быстро получить качественное представление об основных особенностях исследуемых регионов, при минимальных априорных представлениях. Получение количественных характеристик для более сложных тел и моделей требует применение более сложных методов и схем интерпретации.

Для идентификации границ аномалеобразующих тел хорошо известен и широко применяется метод аналитического сигнала [Nabighian, 1972; Nabighian, 1974]. Популярность этого метода обусловлена тем, что при его применении не накладывается никаких ограничений на форму искомого источника. Главное преимущество аналитического сигнала состоит в том, что для двумерных магнитных источников форма и расположение максимумов его амплитуды не зависят от направления намагниченности [MacLeod et al., 1993]. Это свойство обеспечило его широкое применение для интерпретации морских магнитных аномалий в силу независимости от направления древнего и современного поля, что исключало необходимость учета косости аномалий при опре-

делении местоположения вертикальных границ между блоками противоположной магнитной полярности, например, [Roest et al., 1992].

Однако было показано, что форма аналитического сигнала магнитного поля дипольного или сферического источника зависит от направления намагниченности, и максимумы его амплитуды не всегда расположены непосредственно над такими источниками, их смещение зависит от расстояния источник-наблюдение и сдвиг может составлять до 30% расстояния [Salem et al., 2002].

Ранее нами была исследована разрешающая способность метода аналитического сигнала [Иванов и Меркурьев, 2014], и на простейшем примере вертикальной дайки численно и аналитически были показаны трудности определения положения источника при больших соотношениях глубины залегания и ширины источника.

В последние годы широкое распространение при анализе сигналов получило вейвлет-преобразование. Основы теории вейвлет-преобразования и примеры его использования даны в отечественных и зарубежных обзорах [Астафьева, 1996; Moreau et al., 1977; Kumar, Foufoula-Georgiou, 1997]. Вейвлет-преобразования, как и преобразование Фурье и любое другое интегральное преобразование, наследует свойства анализируемой функции и базисного ядра [Глазнев, 2003]. Но в отличие от преобразования Фурье, в котором анализирующая функция покрывает всю временную ось, двухпараметрическая порождающая функция одномерного вейвлет-преобразования хорошо локализована и во времени, и по частоте. Это свойство позволяет получить больше информации о сигнале, но интерпретация вейвлет-спектра не так очевидна, как анализ преобразования Фурье. Предлагаются различные схемы интерпретации геофизических данных с использованием различных типов вейвлет-преобразования: так, в работах [Оболенский и Булычев, 2011; Кузнецов и Булычев, 2017] предложено использование комплексных вейвлетов Пуассона произвольного порядка. Результаты вейвлет-анализа наземных, аэромагнитных и аэростатных съемок в районе Курской магнитной аномалии описаны в работе [Иванов и др., 2002]. Гауссовы вейвлеты подробно исследуются в работе [Хвастунов, 1998]. В работе [Глазнев и Муравина 2020] рассмотрены свойства вейвлета типа “мексиканская шляпа” и предложено использовать в качестве материнской функции решение прямой задачи для данного типа тел. В работе [Sailhac et al., 2000] показано, как использовать комплексные вейвлеты для интерпретации аэромагнитных данных.

Предварительно нами проведено исследование возникающих ошибок и ограничений на моделях тел простой формы и предложены методы, позволяющие снизить уровень ошибок. Интерпретации магнитных аномалий над телами простой формы рассматривается в обширной геолого-геофизической литературе по разведочной геофизике, см., например [Gay, 1963; Захаров и Логачев, 1979], поскольку форма этих тел составляет значительный процент известных геологических и минеральных проявлений (дайки, жилы, разломы, контакты и слоистые породы). Кроме того, тела простой формы и их комбинации лежат в основе более сложных моделей, используемых при решении задач фундаментальной геофизики, одной из которых является интерпретация морских магнитных аномалий. Разработанные методические подходы были протестированы на спрединговой модели, а затем применены к реальному магнитометрическому профилю, пересекающему хребет Рейкьянес. Результаты вейвлет-анализа на модельных и реальных данных мы сопоставили с результатами применения метода аналитического сигнала.

## 2. ПРИМЕНЕНИЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ К МОДЕЛЬНЫМ ПОЛЯМ

Вейвлет-преобразование  $W$  исходного сигнала  $f$  относительно вейвлет-функции  $\psi$  выражается формулой

$$W(a, b) = \frac{1}{|a|^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi^* \left( \frac{x-b}{a} \right) dx,$$

где  $f(x)$  — анализируемый сигнал,  $a$  — масштаб вейвлета,  $b$  — сдвиг,  $\psi$  — порождающая функция. За счет  $a$  изменяется размер отрезка задания порождающей функции, а  $b$  задает локализацию порождающей функции вдоль анализируемого сигнала. Одно из наиболее важных свойств вейвлетов состоит в том, что они обеспечивают частотно-временную локализацию структурных особенностей анализируемого сигнала и позволяют проследить их изменение во времени.

К настоящему времени разработано большое количество семейств вейвлетов на основе разных  $\psi$  функций, обладающих широким спектром свойств, которые определяют их применение в той или иной задаче. Так, например, те вейвлет-семейства, которые имеют обратное преобразование, часто используются для фильтрации сигналов (см., например, [Воскобойников, 2015]). Для анализа спектрального состава и его изменения во времени полезным является непрерывный вейвлет Морли. Наша задача состоит в локализации

особенностей исходного сигнала, связанных со структурными неоднородностями его источника. В работах [Кузнецов и Булычев 2017; Оболенский и Булычев 2011; Кузнецов и др., 2015] для этой цели был использован комплексный вейвлет Пуассона. Мы в данной работе предлагаем использовать семейство вейвлетов, построенных на производных функции Гаусса, с точностью до константы, выражающихся как

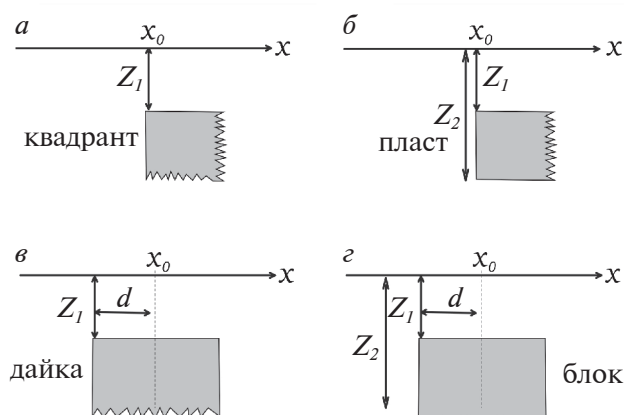
$$\psi(x) = (-1)^{m-1} \frac{d}{dx^m} \left[ \exp \left( \frac{-x^2}{2} \right) \right],$$

где  $m$  — порядок производной. Выбор этого вейвлета обусловлен основной задачей интерпретации морских магнитных аномалий, состоящей в локализации границ блоков океанической коры с разной намагниченностью, что как раз и обеспечивается выбранным семейством вейвлетов. Действительно, подробный анализ свойств вейвлетов, построенных на производных функции Гаусса [Хвастунов, 2002], показал, что для сигнала по форме близкого к функции Гаусса, экстремумы его вейвлет-спектра, вычисленного при разных  $m$ , совпадают с экстремумами соответствующих производных сигнала. Мы использовали вейвлеты с  $m = 1, 2, 3$ . По модулю вейвлет-коэффициентов для каждого масштаба определяются координаты локальных максимумов, которые образуют вертикальные линии, параллельные оси масштабов. На первом этапе мы применили такой подход к анализу поля простых телологических образований.

### 2.1. Тела простой формы

Наиболее важное для интерпретации магнитных аномалий свойство вейвлет-преобразования с использованием производных функции Гаусса состоит в том, что координаты экстремумов этих вейвлетов совпадают с координатами экстремумов соответствующих производных наблюдаемого поля. Эти экстремумы определяются свойствами геологического объекта, и в том случае, когда для этих точек могут быть получены аналитические выражения, по найденным координатам экстремумов вейвлет-спектров и, предполагая форму тела, можно найти все его параметры. Для набора тел простой формы нами получены соответствующие формулы, которые могут быть использованы для определения их геометрических параметров (все необходимые формулы приведены в Приложении). Мы показываем это на примере нескольких тел простой формы. В работе рассматриваются только линейные структуры, бесконечного простираения по координате  $y$ . Сечения рассматриваемых тел показаны на рис. 1.





**Рис. 1.** Геометрия и параметры 2D геофизических моделей. (а) — квадрант, полубесконечное по вертикали и горизонтали тело; (б) — пласт, полубесконечный по горизонтали слой; (в) — дайка; (г) — блок.

### 2.1.1. Квадрант

Конфигурация, которая может рассматриваться как основной элемент в геометрии любого тела с прямоугольными границами, параллельными осям координат, — это тело с сечением в виде квадранта с вершиной в точке  $(x_0, z_1)$  (см. рис. 1а). Поле, создаваемое этим объектом, определяется формулой [Talwani, Heirtzler, 1964]

$$B_z = \arctg((x - x_0) / z_1).$$

Здесь и везде далее мы опускаем размерные множители, связанные с величиной намагниченности. Эта модель может быть применена к телам, вершины (углы сечения) которых размещены на значительное расстояние. В целом, предложенные методы работают тем лучше, чем ближе поле в окрестности вершины к полю квадранта.

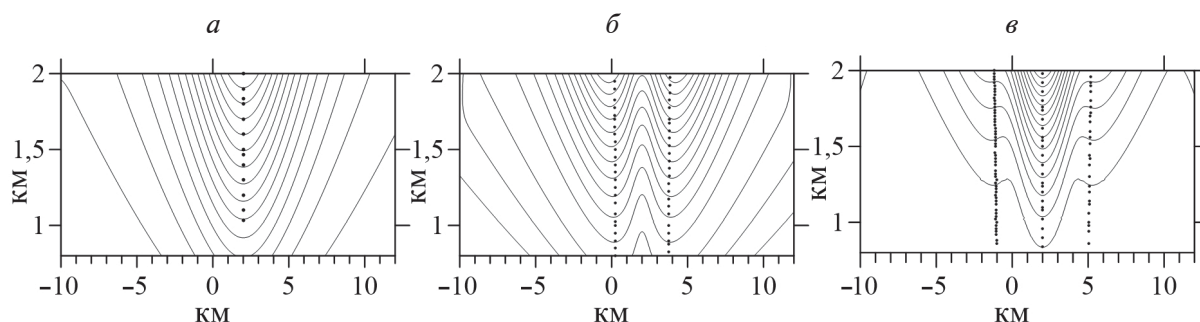
По вейвлет-спектру мы можем определить положение экстремумов производных разного по-

рядка. У квадранта два параметра:  $x_0$  — координата угловой точки сечения и  $z_1$  — глубина до верхней кромки (далее, просто глубина). Согласно (П1) экстремум первой производной достигается в угловой точке  $x_0$ . А два экстремума второй производной с координатами  $x_{\pm} = x_0 \pm \sqrt{3/3} z_1$  (П2) позволяют оценить глубину  $z_1$ . Третья производная имеет три экстремума: центральный совпадает с положением угловой точки, расстояние от двух боковых до центра равно глубине (П3). Пример определения параметров квадранта с заданными параметрами  $x_0 = 2$  км и  $z_1 = 3$  км показан на рис. 2. На рисунке 2х-координата задана в км, масштабы пересчитаны в км, сплошными линиями показаны изолинии модулей вейвлет-коэффициентов для трех производных. Для каждой производной точками обозначены координаты локальных максимумов. Хорошо видно, что эти точки выстраиваются в прямые, параллельные оси масштабов. По пересечениям этих прямых с осью  $x$  были определены параметры квадранта. В результате по 1-й производной (П1) получено значение  $x_0 = 2.01$  км (рис. 2а), по 2-й производной (П2) —  $x_0 = 2.005$  км и  $z_1 = 3.003$  км (рис. 2б), по 3-й производной (П3) —  $x_0 = 2.0$  км и  $z_1 = 3.01$  км. (рис. 2в).

Точность определения  $x$  координаты вершины квадранта, практически, не зависит от его глубины. Так, в модельном примере глубина менялась от 0.5 до 4 км, при этом координата угла  $x_0$  определялась с ошибкой не большей шага задания поля. Глубины, полученные по экстремумам 2-й и 3-й производных, совпадают с точностью до первых метров.

### 2.1.2. Полубесконечный по горизонтали пласт

Простейшим производным от квадранта телом можно считать полубесконечный по горизонтали пласт (см. рис. 1б). Такое тело можно считать составленным из двух квадрантов с намагниченно-



**Рис. 2.** Вейвлет-спектры поля квадранта для трех функций Гаусса. (а) —  $m = 1$ , (б) —  $m = 2$  и (в) —  $m = 3$ , соответственно. Непрерывные линии — изолинии коэффициентов вейвлет-спектра, точки — положения локальных максимумов при фиксированном масштабе.

стью разного знака, и оно описывается 3-мя параметрами: 2 координаты верхней угловой точки ( $x_0$  и  $z_1$ ) и толщина  $h = z_2 - z_1$ . Поле, создаваемое таким телом, выражается формулой [Никитский, Глебовский, 1990]

$$B_z = \arctg((x - x_0) / z_1) - \arctg((x - x_0) / z_2).$$

Один из экстремумов 1-й производной совпадает с  $x_0$  (координатой угловой точки). Два других экстремума  $x_{\pm}^1$  (здесь нижние индексы — корни, а верхний — порядок производной) определяются нулями 2-й производной (П4).

В численных экспериментах получено, что ошибка определения координат  $x_0$  по всем производным также, как и в случае квадранта, не превышает 10 м независимо от толщины. Что касается глубины и толщины пласта, то в предельных случаях, когда  $z_2 \gg z_1$  задача сводится к предыдущей, а координаты дополнительных экстремумов стремятся к  $\infty$ . Можно найти оценку глубины  $z_1$  по экстремуму 3-й производной, приняв, что в случае пласта применима формула (П3) для квадранта. Тогда, зная положение экстремумов 1-й производной  $x_{\pm}^1$ , получаем уравнение для определения  $z_2$  (П5). Возможность применения этого приема для определения параметров пласта была исследована эмпирически. Расчеты проводились для трех значений глубины  $z_1$  и восьми значений толщины  $h$ . Результаты приведены на рис. 3. На рисунке 3а разными символами показана зависимость ошибки определения глубины от толщины пласта (от 0.5 км — ● до 8 км — □). Получено, что

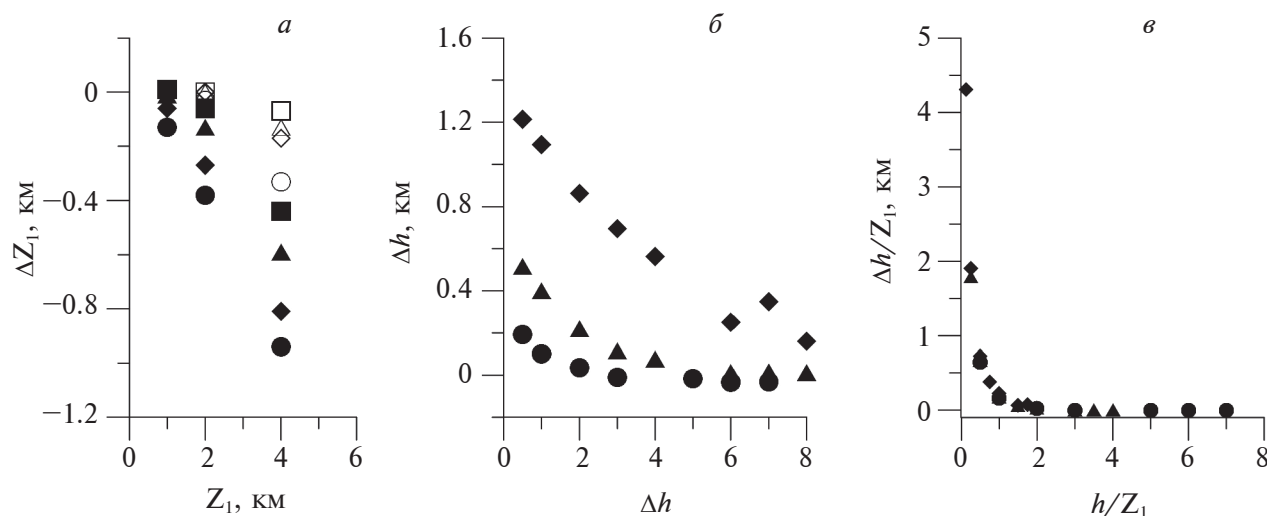
при глубине 1 км эта ошибка мало зависит от толщины пласта и не превышает по абсолютной величине 200 м. Но с ростом глубины толщина пласта оказывает решающее значение на ошибку определения глубины. Для глубины 4 км и толщины 0.5 км ошибка составляет уже 940 м. Ошибка определения толщины пласта показана на рис. 3б. Символами показана зависимость от глубины пласта. Хорошо видно, что для глубины 1 км (■) ошибка определения толщины мало зависит от заданной толщины пласта и не превышает 200 м. В то же время для тонкого слоя ошибка быстро растет с глубиной и составляет для  $z = 4$  км (◆) 1200 м. Если перейти к безразмерным единицам, поделив и толщину, и ошибку ее определения на глубину (рис. 3в), то получаем, что относительная ошибка зависит только от относительной глубины и при  $h/z_1 \gg 1$  пренебрежимо мала.

### 2.1.3. Дайка

Дайка или вертикальный пласт заданной ширины характеризуется также тремя параметрами: центр  $x_0$ , полуширина  $d$  и глубина  $z_1$  до верхней кромки (см. рис. 1в). Сечение  $S$  имеет вид  $S = \{x_0 - d < x < x_0 + d, z < -z_1\}$ . Создаваемое таким телом поле выражается формулой [Никитский, Глебовский, 1990]

$$B_z = \arctg\left(\frac{x - x_0 - d}{z_1}\right) - \arctg\left(\frac{x - x_0 + d}{z_1}\right).$$

Этот вид геологического объекта особенно важен для нас при поиске экскурсов в структуре



**Рис. 3.** Ошибки определения глубины и толщины пласта по 3-й производной. (а) — ошибка определения глубины, символами показана зависимость от толщины  $h$  в км:  $h = 0.5$  — ●,  $h = 1$  — ◆,  $h = 2$  — ▲,  $h = 3$  — ■,  $h = 4$  — □,  $h = 6$  — ○,  $h = 7$  — △,  $h = 8$  — □; (б) — ошибка определения толщины, символами показана зависимость от  $z_1$  в км:  $z_1 = 1$  — ●,  $z_1 = 2$  — ▲,  $z_1 = 4$  — ◆; (в) — относительная ошибка определения толщины в безразмерных единицах.

морских магнитных аномалий. Для дайки аналитически могут быть получены только экстремумы 1-й производной (П6). Что дает положение центра. Если рассматривать дайку как комбинацию двух разнесенных квадрантов, то координаты ее угловых точек могут быть определены по положению экстремумов 1-й и 3-й производных, что дает полуширину. Тогда глубина может быть вычислена из (П6). В случае дайки, экстремумы 3-й производной дают более точные значения координат угловых точек. Заметим, что глубина залегания магнитоактивного слоя в случае интерпретации морских магнитометрических данных часто может быть получена из батиметрии.

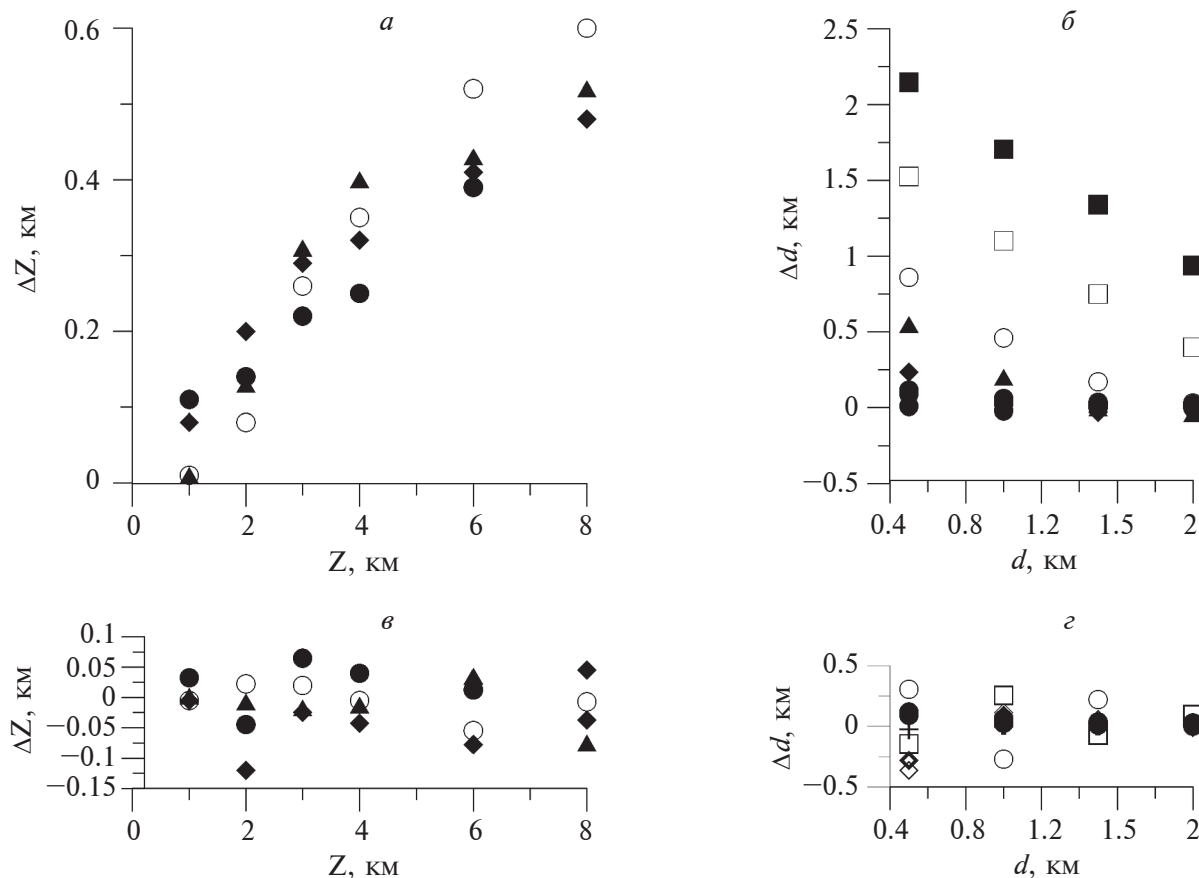
Эмпирически исследовался важный для интерпретации вопрос: при какой ширине дайки погрешность определения ее параметров тем же способом, что и для квадранта, пренебрежимо мала. Изменяя полуширину и глубину дайки и определяя точки экстремумов 1-й и 3-й произ-

водных, получаем оценки значений искомых параметров. Другими словами, мы полагаем, что

а) экстремумы 1-й и 3-й производных соответствуют угловым точкам дайки;

б) экстремумы 3-й производной определяют ее глубину по формуле (П3) для квадранта.

Ширина дайки принимала значения 0.5, 1, 1.5 и 2 км, а глубина изменялась от 1 до 8 км. Ошибки определения параметров дайки для всех возможных комбинаций заданных параметров показаны на рис. 4а и 4б. Важным аспектом является то, что рассматривались только узкие тела. Можно видеть, что глубина, оцененная по экстремумам 3-й производной (рис. 4а), получается несколько завышенной, но, практически, не зависит от ширины дайки. В то же время ошибка определения полуширины (рис. 4б) быстро растет с ростом глубины. Только в том случае, когда полуширина вдвое больше глубины, ошибка становится мала. Это связано с тем, что найденные по вейвлет-спектру координаты экстремумов



**Рис. 4.** Ошибка определения глубины и полуширины дайки по экстремумам 3-й производной. (а) — ошибка определения  $z$ ; (б) — ошибка определения полуширины; (в) — то же, что (а) после коррекции; (г) — то же, что (б) после коррекции; символы на (а) и (в) соответствуют разным полуширинам, на (б) и (г) — глубинам дайки.

и 1-й, и 3-й производных для дайки не совпадают с ее угловыми точками, как это было для квадранта, и расхождение растет с увеличением глубины. При большой глубине дайка представляется значительно шире, чем она есть на самом деле. Однако положение центра определяется с малой ошибкой, как и в случаях угловых точек квадранта и пласта.

Чтобы уточнить значение полуширины дайки  $d$ , можно использовать явное выражение для координат  $x_{\pm}^1$  экстремумов ее 1-й производной (П6). При этом полагаем  $z_1$  и  $x_0$  известными. После простых преобразований из (П6) получаем формулу для определения полуширины. Обозначив  $x_{\pm}^1 x_0 = q$ , запишем уравнение для полуширины как

$$d = \sqrt{2q\sqrt{q^2 + z_1^2} - q^2 - z_1^2}. \quad (1)$$

Из этой формулы следует, что расстояние экстремума до центра  $x_0$  больше полуширины. Если глубина меньше полуширины,  $\varepsilon = z_1/d < 1$ , то формулу (1) можно приблизительно записать как  $d = q(1 - \varepsilon^4/8)$ . Если значение  $z_1$  известно из независимых источников, по формуле (1) можно получить значения полуширины с ошибкой, не превышающей сто метров в самом неблагоприятном случае глубокой узкой дайки. Однако, если значение  $z_1$  было определено по экстремумам 3-й производной (рис. 4а), то ошибка резко возрастает, более того, в ряде случаев в качестве полуширины получаются мнимые значения.

Оценки полуширины и глубины для дайки могут быть получены более точно, если усложнить задачу и для их определения привлечь экстремумы 2-й производной. При этом мы получаем систему двух уравнений с двумя неизвестными  $d$  и  $z_1$ ,  $x_0$  считаем известным. Для получения первого уравнения приравнивалась к нулю 2-я производная (П7) при  $x$ , равном найденному экстремуму 1-й производной (П6). Для получения второго уравнения приравнивалась к нулю 3-я производная (П8) при  $x$ , равном найденному экстремуму 2-й производной (для простоты в формуле центр дайки имеет нулевую координату). Система решалась нами численно. Полученные из решения системы значения глубин и полуширин показаны на рис. 4в и 4г. Можно видеть, что при применении такого подхода погрешность может быть уменьшена в несколько раз. Однако в некоторых случаях решение системы неустойчиво и требует точного определения положения экстремумов, что напрямую зависит от шага задания исходного сигнала. В случае рассматриваемой модели для больших глубин потребовалось знание исходного сигнала с шагом в несколько метров.

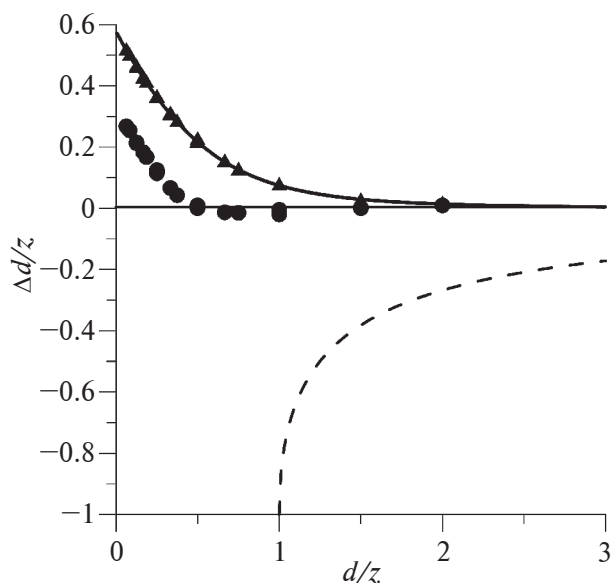
Ранее в работе [Иванов и Меркурьев, 2014] была рассмотрена задача определения параметров дайки с использованием метода аналитического сигнала. Это позволяет на примере дайки сравнить интерпретационные возможности двух методов: вейвлет-анализа и метода аналитического сигнала. Для сравнения приведем результаты определения полуширины дайки к безразмерным единицам, поделив и полуширину, и ошибку ее определения на глубину дайки. На рис. 5 показан результат, полученный экспериментально для вышеприведенных значений параметров дайки и при использовании 1-й (треугольники) и 3-й (круги) производных. Для адекватного сравнения была вычислена теоретическая зависимость относительной ошибки вейвлет-анализа с использованием 1-й производной, на рис. 5 она показана сплошной линией. Аналогичная кривая для метода аналитического сигнала на рис. 5 показана пунктиром. Теоретические кривые для 3-й производной не вычислялись, в силу отсутствия для положения экстремумов аналитических выражений. Приведенные результаты наглядно демонстрируют, что в случае дайки вейвлет-анализ дает меньшую ошибку определения параметров по сравнению с методом аналитического сигнала. Кроме того, хорошо видно преимущество использования 3-й производной для определения полуширины дайки по сравнению с 1-й.

## 2.2. Модель трех блоков

Мы предполагаем использовать вейвлет-анализ для интерпретации морских магнитных аномалий. Поскольку магнитоактивный слой океанической коры можно представить как последовательность блоков (рис. 1г) бесконечного простирания в одном направлении, имеющих сечение в форме прямоугольника в перпендикулярном направлении, отличающихся намагниченностью, мы предварительно рассмотрели модель, состоящую из трех блоков. Такая модель может рассматриваться как комбинация простых тел с той особенностью, что наличие соседних источников представляет собой помеху, которая может оказать значительное влияние на результат интерпретации с применением выше рассмотренных методов. Возникающие при этом ошибки оценки параметров и возможные методы их снижения требуют отдельного рассмотрения.

Рассмотрим в качестве модели три последовательных блока, находящихся на одной глубине  $z_1 = 3$  км, имеющих толщину  $h = 0.4$  км, отличающихся полушириной и намагниченностью. Положим полуширины  $d$  равными 4.5, 0.5 и 5 км. Такую модель можно рассматривать как элемент





**Рис. 5.** Сравнение интерпретационных возможностей вейвлет-метода и метода аналитического сигнала. Сплошной линией показана теоретическая зависимость для вейвлет-метода, пунктиром — для аналитического сигнала, треугольники — значения, полученные по экстремумам 1-й производной, круги — то же по экстремумам 3-й производной.

океанического магнитоактивного слоя. Поле, создаваемое этой моделью, и его производные приведены на рис. 6.

На рис. 6 в блоке (а) показана заданная структура магнитоактивного слоя. Анализ вейвлет-спектров показал, оценки глубины до верхней кромки для всех блоков оказываются заниженными и колеблются от 2.7 до 2.85 км. Этот результат определяется малой толщиной слоя и соответствует оценкам, полученным ранее для модели слоя. Наилучшее совпадение с границами можно извлечь из положения экстремумов 3-й производной. Результат представлен на рис. 6 в блоке (б), при этом хорошо видно, что узкий блок представляется уширенным. Этот результат соответствует полученному выше для узкой дайки. Там же было показано, что уточнить полуширину можно на основе формулы (1). Параметром в этой формуле является положение центральной точки  $x_0$ . Оценить положение центров блоков можно 3 способами: по положению экстремумов поля и по расстоянию между границами, определенными по 1-й и 3-й производным. Результаты представлены в табл. 1.

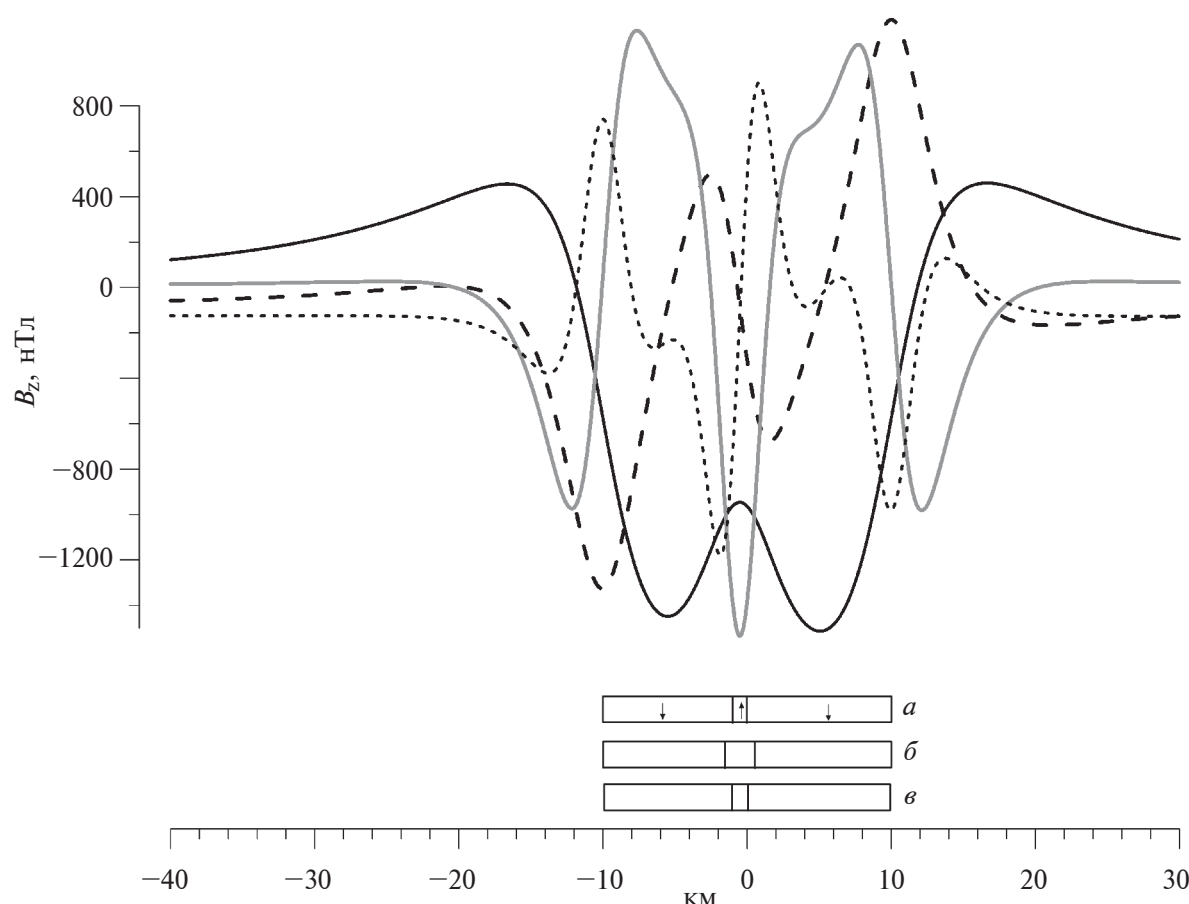
Можно видеть, что положение центра маленького блока определяется с малой ошибкой любым способом. Для крупных блоков определение цен-

тра по экстремумам поля и 3-й производной дают схожие результаты. Далее мы использовали положения центров, полученные по экстремумам 3-й производной, и по ним оценивали полуширины блоков. Значения заданных полуширин и полученных из вейвлет-спектра приведены в табл. 2 в соответствующих строках. Очевидно, что требуется коррекция не только для узкого блока. Для решения этой задачи применим методику, описанную выше для дайки. Будем считать известной глубину до верхней кромки, а за положения центров примем координаты, полученные по 3-й производной. Тогда, применив формулу (1) и решив полученные уравнения, вычислим новые значения полуширин блоков (шаг 1). Результаты, полученные на шаге 1, вынесены в табл. 2.

Легко убедиться, что для каждого контакта сумма, полученных после шага 1 значений полуширин меньше суммы расстояний между центрами каждой пары тел. Очевидно, что смещение экстремумов в сторону крупных тел приводит к тому, что оценки их центров оказываются сдвинутыми в сторону противоположных границ, что, в свою очередь, приводит к их заниженным размерам и наблюдаемой разности между суммами полуширин и расстояний между центрами тел. Для коррекции решения предлагается алгоритм, предполагающий варьирование положения центров крупных блоков и варьирование положения экстремумов 1-й производной центрального блока с последующим использованием формулы (1). Полученные в результате вышеописанного процесса положения центров приведены в табл. 1, а изменения полуширин — в табл. 2 в строках “После коррекции”. Результирующая конфигурация блоков показана на рис. 6в.

Проведенная интерпретация поля модели 3-х блоков показала, что узкий блок выделяется на фоне более крупных, полуширина его оказывается сильно завышена. Только применением формулы (1) не удастся восстановить положения центров блоков и их полуширины. Однако, используя процедуру минимизации невязки расстояний между центрами и сумм полуширин блоков для каждого контакта, можно снизить ошибки в первоначальных оценках параметров блоков. Возникающая вариационная задача требует отдельной проработки, но полученный результат позволяет надеяться, что такой подход может быть применен для интерпретации реальных данных. Следует отметить, что приведенные выше оценки ошибок определения параметров тел на основе экстремумов вейвлет-спектров представляют собой оценки снизу, для реальных данных ошибки могут быть больше.





**Рис. 6.** Поле, создаваемое структурой из 3-х блоков, его производные и результат интерпретации. Жирной черной линией показано поле, длинный пунктир — 1-я производная, короткий пунктир — 2-я производная, сплошная серая линия — 3-я производная; (а) — заданная структура, (б) — первоначальная оценка, (в) — после коррекции.

**Таблица 1.** Координаты центров блоков до и после коррекции

Положения центров блоков $x_c$	$x_{c1}$ , км	$x_{c2}$ , км	$x_{c3}$ , км
Заданные	-5.5	-0.5	5
По экстремумам поля $B_z$	-5.930	-0.557	5.550
По 1-й производной	-6.147	-0.557	5.590
По 3-й производной	-5.756	-0.497	5.263
После коррекции	-5.482	-0.506	4.984

**Таблица 2.** Полуширины блоков до и после коррекции

Полуширины блоков	$d_1$ , км	$d_2$ , км	$d_3$ , км
Заданные	4.5	0.5	5
Полученные по 3-й производной	4.236	1.023	4.7365
На шаге 1	4.136	0.582	4.657
После коррекции	4.443	0.575	4.956

### 3. ПРИМЕНЕНИЕ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА ДЛЯ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ОКЕАНИЧЕСКИХ МАГНИТНЫХ АНОМАЛИЙ

В силу своей природы магнитное поле океанической коры существенно отличается от поля коры континентальной. Согласно современным представлениям, магнитоактивный слой, ответственный за океанические магнитные аномалии, связан с инверсионно-спрединговым механизмом его формирования на осях срединно-океанических хребтов, представляющих собой цепочку активных вулканов. Изверженные на дне океана магматические породы в результате охлаждения приобретают термоостаточную намагниченность той эпохи геомагнитной полярности, когда произошло это событие. Анализ структуры возникающих при этом магнитных аномалий позволяет делать выводы о геологических процессах, протекавших десятки и сотни миллионов лет назад. Основная задача при анализе океанического поля состоит в определении

границ блоков разной намагниченности, идентификации и определении возраста соответствующей аномалии.

Теоретические вопросы возможности разрешения океанических магнитных аномалий с помощью метода аналитического сигнала были рассмотрены нами ранее в ряде статей [Иванов и Меркурьев, 2014; Иванов и Меркурьев, 2016], где на простейшем примере вертикальной дайки было аналитически и численно показано, при каких соотношениях глубины залегания и ширины источника возникают трудности определения его положения.

В данной работе мы использовали для анализа вейвлет-преобразование, применимость которого к интерпретации магнитных полей была протестирована на простых геологических структурах. Результаты приведены выше в данной работе. Поскольку применение вейвлет-анализа к классу океанических магнитных аномалий не поддается аналитическому исследованию, для начала мы провели численное тестирование этого метода на модельном примере, а затем на примере типичного магнитометрического профиля на срединно-океаническом хребте.

В данном разделе мы приводим сопоставление результатов определения границ (краев) источников аномалий (аномалеобразующих тел) для спрединговой модели методом аналитического сигнала и вейвлет-анализа.

### 3.1. Аналитический сигнал и его свойства

Напомним определение и основные свойства аналитического сигнала.

Аналитический сигнал определяется как квадратный корень из суммы квадратов вертикальной и двух горизонтальных производных аномалий магнитного поля  $\Delta T$  [Roest et al., 1992].

$$|AS| = \sqrt{\left(\frac{\Delta T}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T}{\partial z}\right)^2}.$$

Здесь производная по  $z$  есть преобразование Гильберта горизонтальных производных [Nabighian, 1972], что позволяет строить модуль аналитического сигнала  $|AS(x, y)|$  по заданной магнитной аномалии  $\Delta T(x, y)$ .

Метод аналитического сигнала полезен для определения местоположения вертикальных границ между блоками противоположной магнитной полярности океанической коры, например, [Roest, et al., 1992]. По мнению некоторых авторов, этот метод гораздо более надежен и эффективен, чем традиционный метод выбора путем

визуального сравнения наблюдаемых и синтетических моделей аномалий [Chaubey, 2002]. Согласно опыта других исследователей, метод не улучшил способность идентифицировать хроны разной полярности, в качестве возможной причины приводятся сложная геометрия и вращение намагниченных тел в осевой зоне медленно-спредингового хребта [Parnell-Turner et al., 2016].

Алгоритм и программа, с помощью которой проводились расчеты спрединговой модели и аналитического сигнала, использовали быстрое преобразование Фурье [Трошков и Шалаев, 1961; Schouten and McCamy, 1972], что способствовало быстрой вычислений.

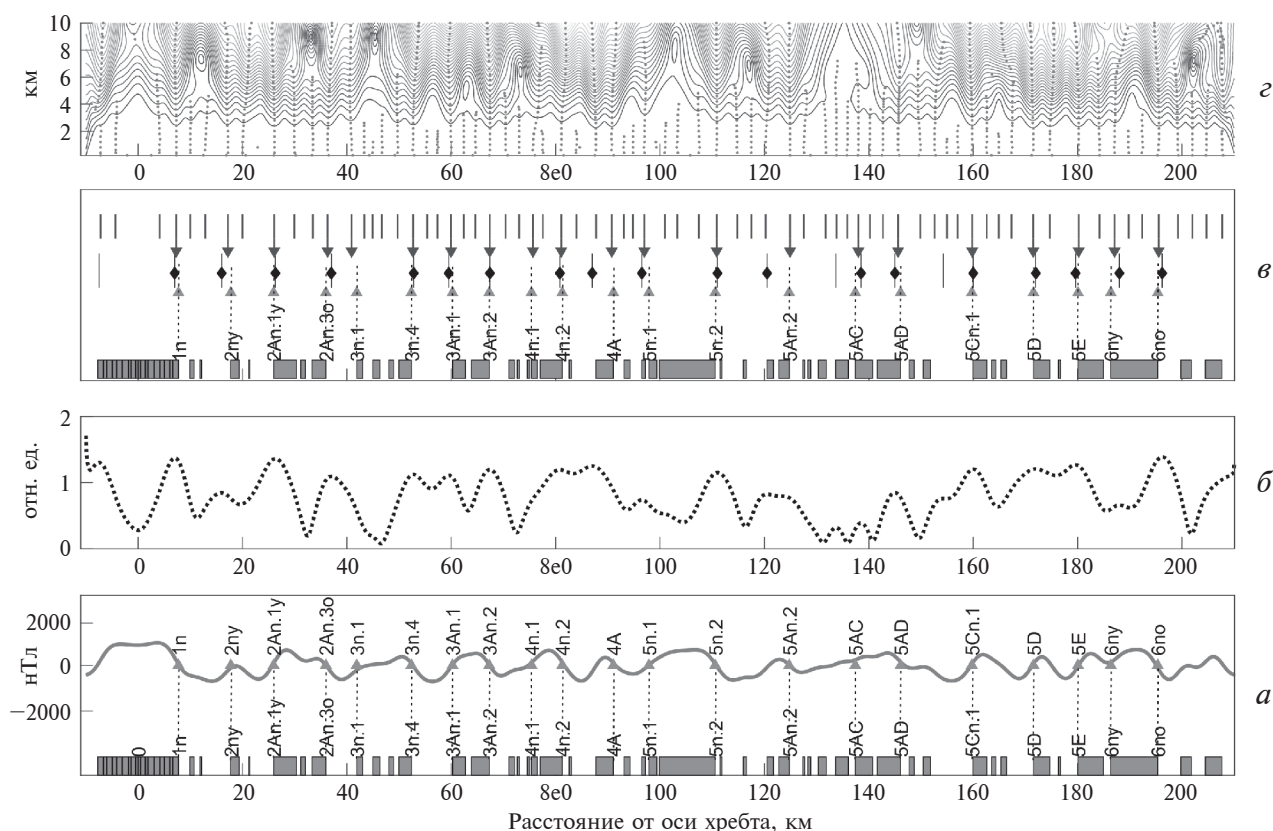
### 3.2. Тестовый пример для спрединговой модели

В качестве модельного профиля нами были использованы магнитные аномалии, рассчитанные по, так называемой, спрединговой модели, которая широко используется в задачах анализа и интерпретации океанического магнитного поля. В основе этой модели лежит свойство высокой линейности структуры океанических магнитных аномалий. Обычная спрединговая модель представляет собой набор бесконечных блоков прямой и обратной полярности в соответствии с той частью временной шкалы инверсий, на которую приходится спрединг океанического дна в рассматриваемом регионе. Горизонтальный размер блоков определяется скоростью спрединга, с которой происходило разрастание океанического дна. За глубину залегания источников принимаются глубина океана плюс толщина осадочного слоя.

Спрединговая модель является одним из наиболее сложных объектов исследования, цель которого состоит в определении положения границ блоков, составляющих магнитоактивный слой. Возникающие при этом трудности связаны с целым рядом причин. Дело в том, что длина магнитометрических профилей, как правило, составляет несколько сотен километров, и количество блоков прямой полярности, составляющих магнитоактивный слой, может достигать нескольких десятков. Регистрация магнитного поля, как правило, осуществляется буксируемыми на поверхности океана магнитометрами, а магнитоактивный слой залегает на глубинах несколько километров. Поэтому согласно принципу суперпозиции в каждой точке профиля мы наблюдаем суммарное поле целого ряда удаленных источников. Восстановить по магнитным аномалиям структуру источников не всегда представляется возможным, особенно, если их горизонтальный размер существенно меньше глубины залегания.

В данной работе в качестве тестового примера был рассчитан теоретический магнитный профиль от спрединговой модели, которая была нами ранее использована при геохронологическом анализе магнитных аномалий, образовавшихся на границе Северо-Американской и Евразийской плит за последние 20 млн лет [Merkouriev and DeMets, 2008]. При расчете мы использовали временную шкалу инверсий [Gradstein et al., 2020], полная скорость спрединга 20 мм/год, толщина слоя 0.4 км, глубина залегания верхней кромки слоя 2 км. На рис. 7а показана структура магнитоактивного слоя в виде блоков прямой и обратной полярности. Блоки прямой полярности закрашены, отмечены границы хронов, которые необходимо определить по магнитным аномалиям с помощью вейвлет-анализа. Сплошной линией показан график теоретических магнитных аномалий, рассчитанных от этого магнитоактивного слоя.

К данному профилю был применен вейвлет-анализ с порождающей функцией, являющейся 3-й производной от функции Гаусса. Одновременно для сравнения проводился анализ методом аналитического сигнала. На рис. 7б показан график модуля аналитического сигнала, рассчитанного от магнитных аномалий. Локальные максимумы аналитического сигнала, согласно его свойствам, расположены над или вблизи границ аномалеобразующих тел. Результат вейвлет-анализа приведен на рис. 7г. Сплошными линиями показаны изолинии модуля вейвлет-коэффициентов, точками — локальные максимумы на каждом масштабе, масштабы пересчитаны в км. Сравнение полученных результатов вынесено в центральный блок (в). Здесь повторена модельная шкала, длинными вертикальными отрезками показаны положения экстремумов 3-й производной вейвлет-преобразования, перевернутыми треугольниками ▼ отмечены экстремумы, наиболее близко расположенные к искомым границам



**Рис. 7.** Сравнение двух методов определения границ источников аномалий для спрединговой модели. (а) — магнитные аномалии, рассчитанные от спрединговой модели, темными прямоугольниками показаны блоки прямой полярности, буквенно-цифровыми символами — границы хронов; (б) — аналитический сигнал; (в) — сопоставление положения границ хронов: отрезки с ▲ — искомые границы тел, отрезки с ▼ — найденные с помощью вейвлет-анализа, отрезки с ◆ — найденные с помощью аналитического сигнала; (г) — вейвлет-преобразование, изолиниями показан модуль вейвлет-коэффициентов, прерывистая линия — локальные экстремумы.

хронов, треугольниками ▲ отмечены сами границы, а короткими отрезками с ромбом ◆ — показаны границы, определенные с помощью метода аналитического сигнала.

Как видно из рис. 7в, наблюдается довольно неплохое соответствие искомым и найденным границ обоими методами. Численные оценки отклонения найденных координат от искомым показывают, что модуль среднего отклонения, которое дает вейвлет-анализ, составляет 0.33 км, тогда как эта величина для метода аналитического сигнала равна 1.2 км. Кроме того, с помощью аналитического сигнала было выделено значительно меньшее количество границ блоков и, в частности, не удалось определить границу хрона 4n.1, тогда как с помощью вейвлет-анализа границы всех искомым хронов были определены.

### *3.3. Пример использования вейвлет-анализа на реальном магнитометрическом профиле, пересекающем хребет Рейкьянес*

Описанную выше методологию мы применили к реальным данным для определения границ блоков аномалеобразующих тел по магнитометрическому профилю, пересекающему срединно-океанический хребет (хребет Рейкьянес). Такая задача является типичной при проведении геоисторического и кинематического анализа аномального магнитного поля, когда по магнитным аномалиям необходимо определить границы разновозрастных хронов, расположенных по обеим сторонам от оси хребта для последующего их совмещения с целью определения кинематических параметров вращения литосферных плит. В качестве такого профиля был выбран профиль KNOR24, пересекающий хребет Рейкьянес, расположенный в Северной Атлантике южнее Исландии (рис. 8). Для того, чтобы представить геологическую обстановку этого региона, напомним, что хребет Рейкьянес является дивергентной границей Северо-Американской и Евразийской плит, которые расходятся с полной скоростью спрединга около 20 мм/год [Merkouriev and DeMets, 2008].

Для хребта Рейкьянес характерны высокоинтенсивные аномалии с амплитудой 300–800 нТл и высокоинтенсивной осевой аномалией с амплитудой до 2500 нТл, приуроченной к оси хребта (рис. 8б). Рельеф океанического дна довольно изрезанный, особенно в осевой зоне хребта, которая представляет собой грабен с глубиной около 1000 м и шириной около 70 км, который переходит в плавно спадающий рельеф, характерный для склонов срединно-океанических хребтов (рис. 8а).

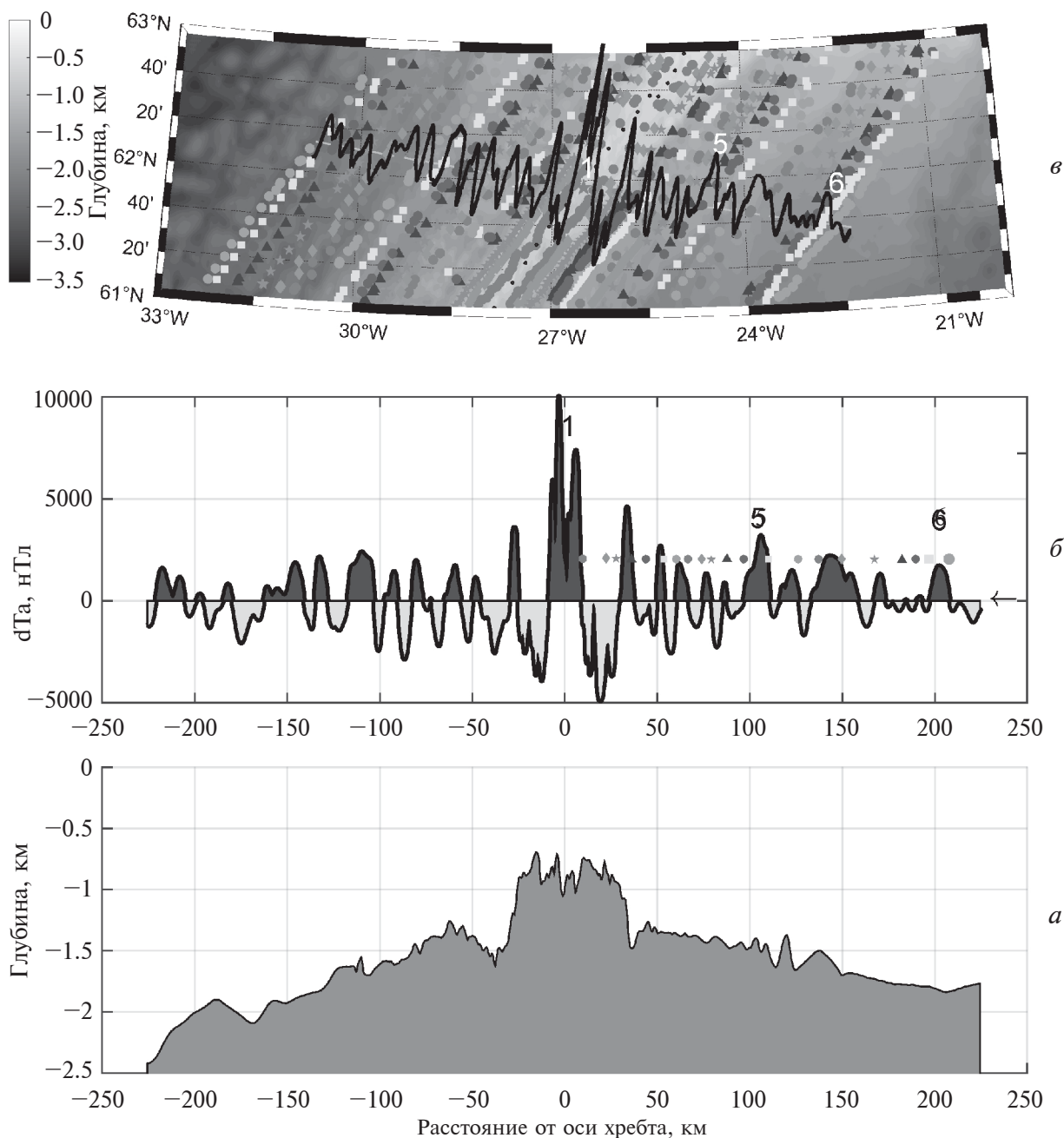
На рис. 8в показана теневая карта рельефа дна с вынесенными положениями изохрон и графика

ком наблюдаемых магнитных аномалий на магнитометрическом профиле KNOR24, полученном из базы данных NGDC [Heu, 2013]. Изохроны, показанные на рис. 8в различными маркерами, были получены нами в ходе исследования магнитометрических данных на границе Северо-Американской и Евразийской плит с целью построения кинематической модели высокого разрешения [Merkouriev and DeMets, 2008]. Всего были оцифрованы границы 21 инверсии в диапазоне возрастов 0.72–20 млн лет (аномалии 1n – 6n), средний интервал между хронами составил 1 млн лет. Оцифровка аномалий осуществлялась в ручном режиме с помощью программы, позволяющей путем визуального сопоставления модельного и наблюдаемого профиля выбирать точку на графике, соответствующую положению (границе) каждого хрона. Отметим, что точка, соответствующая границе хрона, у каждой аномалии не всегда приходится на участок графика, пересекающего горизонтальную нулевую ось или в месте максимального градиента графика поля, поэтому оцифровку аномалий не всегда удастся свести к формальной процедуре, которую можно запрограммировать.

С помощью вейвлет-анализа и метода аналитического сигнала по описанной выше методике были определены границы аномалеобразующих тел. Результаты анализа реальных данных приведены на рис. 9, который построен так же, как и рис. 7. График анализируемого магнитного профиля показан на рис. 9а, на который вынесены границы хронов, оцифрованные нами в ручном режиме [Merkouriev and DeMets, 2008; DeMets and Merkouriev, 2020]. Положение этих хронов мы рассматриваем как искомые границы источников, которые надо определить с помощью вейвлет-анализа и метода аналитического сигнала. В этом же блоке ниже показан магнитоактивный слой спрединговой модели, которую мы использовали ранее для тестирования. Напомним, что спрединговая модель была нами рассчитана при постоянной скорости спрединга 20 мм/год и избраженная здесь шкала служит для того, чтобы иметь возможность сопоставлять хроны, оцифрованные на наблюдаемом профиле, с соответствующими хронами на шкале.

На рис. 9б показан график амплитуды аналитического сигнала, вычисленный по магнитным аномалиям, наблюдаемым на профиле KNOR24. По локальным максимумам аналитического сигнала были определены границы источников, которые вынесены в виде черных отрезков с ромбами ◆ на рис. 9в. Границы, определенные по локальным максимумам, найденным с помощью



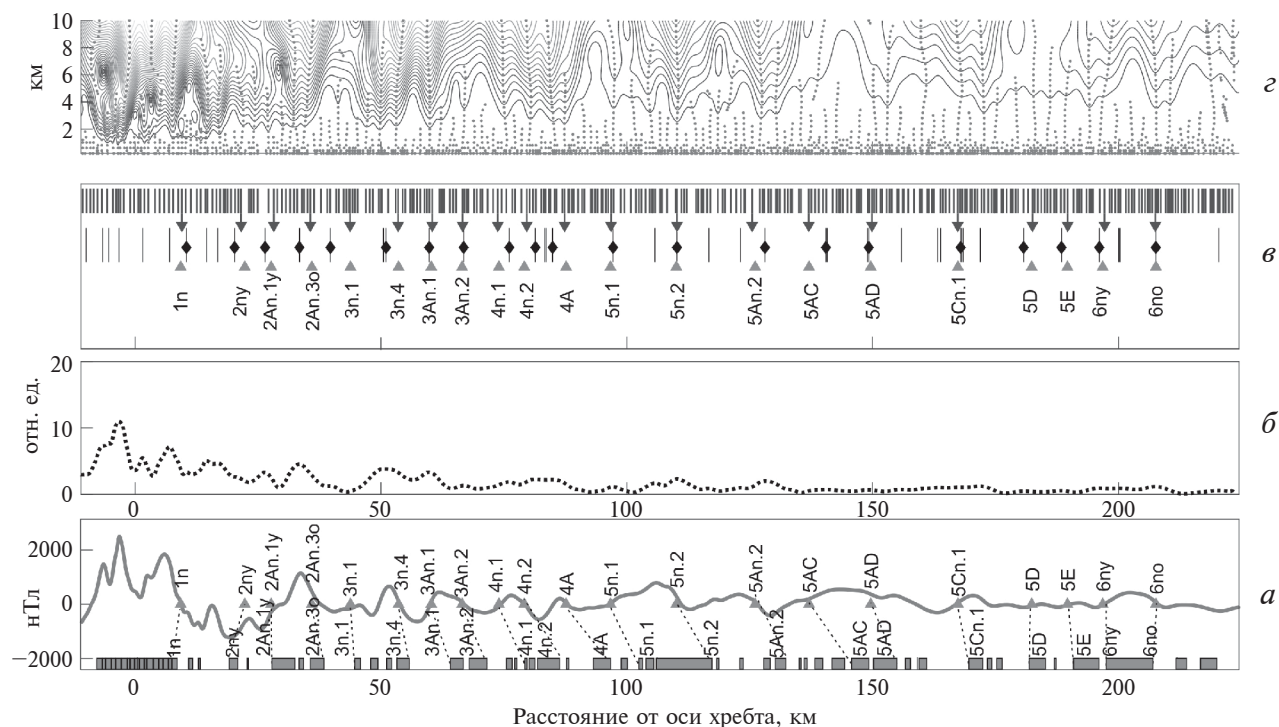


**Рис. 8.** Магнитометрический профиль, пересекающий хребет Рейкьянес в Северной Атлантике. (а) — рельеф дна; (б) — магнитные аномалии, измеренные на профиле KNOR24, символы — хроны; цифры — номера основных аномалий; (в) — теневая карта рельефа дна с вынесенными положениями изохрон и наблюдаемых магнитных аномалий на магнитометрическом профиле KNOR24, символы те же, что на (б).

вейвлет-анализа с порождающей функцией — 3-я производная от функции Гаусса (рис. 9г) показана на рис. 9в перевернутыми треугольниками ▼. На этом же рисунке маркером ▲ показаны искомые границы хронов.

Как видно из рис. 9в, также как и для спрединговой модели, наблюдается довольно неплохое

соответствие искомых и найденных границ, полученных с помощью вейвлет-анализа. Полученные для реального профиля численные оценки модуля отклонения найденных координат от искомых составили для вейвлет-анализ  $0.25 \pm 0.2$  км, тогда как для метода аналитического сигнала —  $1.5 \pm 1.1$  км.



**Рис. 9.** Сравнение двух методов определения границ источников магнитных аномалий для профиля KNOR24. (а) — наблюдаемые на профиле магнитные аномалии, темными прямоугольниками показаны блоки прямой полярности, буквенно-цифровыми символами — границы хронов; (б) — аналитический сигнал; (в) — сопоставление положения границ хронов; (г) — вейвлет-преобразование. Условные обозначения те же, что для рис. 7.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложено использовать для интерпретации магнитных аномалий вейвлет-преобразование с порождающими функциями, представляющими собой производные от функции Гаусса 1–3 порядка.

Возможности и ограничения метода исследованы на моделях простейших линейных структур, бесконечного простираения по одной координате с сечением в виде квадранта, пласта и дайки.

1. Даны рабочие формулы, связывающие положение экстремумов производных магнитных полей этих линейных структур с их параметрами.

2. Показано, что, используя положения экстремумов вейвлет-преобразования с производными функции Гауса разного порядка, можно определить геометрические параметры перечисленных выше тел простой формы.

3. Проведен анализ возникающих ошибок и даны оценки точности получаемых результатов.

4. Численно показано, что вейвлет-преобразование позволяет определять координаты контактов тем точнее, чем ближе поля в окрестности контакта к полю тела с сечением в виде квадранта.

5. Предложены методы уточнения параметров тел при использовании комбинации вейвлет-преобразований с производными разного порядка от функции Гаусса. Показано, что задача сводится к решению системы уравнений, степень которых зависит от порядка производных. При этом для обеспечения устойчивости получаемого решения требуется большая точность определения координат экстремумов вейвлет-спектра.

6. На примере определения параметров дайки аналитически и численно показано, что вейвлет-преобразование дает меньшую ошибку определения параметров по сравнению с методом аналитического сигнала.

7. В качестве примера структуры из нескольких тел детально рассмотрена модель с сечением в виде 3-х блоков. Получено, что в случае присутствия в модели узкого блока, вейвлет-преобразование позволяет установить его наличие в структуре. Уточнение координат границ и ширин блоков требует дополнительных методических разработок.

8. Показана работоспособность метода на примере модели Вайна-Метьюза, охватывающей последние 20 миллионов лет. Численные оценки

показали, что модуль среднего отклонения найденных координат границ хронов от искомым по вейвлет-анализу составляет 0.33 км, тогда как эта величина для метода аналитического сигнала равна 1.2 км. Кроме того, с помощью метода аналитического сигнала было выделено значительно меньшее количество границ блоков, тогда как с помощью вейвлет-анализа были определены границы всех искомым хронов.

9. Метод применен к данным реального профиля, пересекающего хребет Рейкьянес. Получено, что численные оценки средних отклонений координат хронов по вейвлет-анализу составляет  $0.25 \pm 0.2$  км, тогда как эта величина для метода аналитического сигнала равна  $1.5 \pm 1.1$  км. Это показало преимущество метода вейвлет-преобразования перед методом аналитического сигнала в задаче определения контактов для реальных данных.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного бюджета.

### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // УФН. Т. 166. № 11. С. 1145–1170. 1996.
- Воскобойников Ю.Е. Вейвлет-фильтрация сигналов и изображений (с примерами в пакете MathCAD). Новосибир. гос. архитектур.-строит. ун-т (Сибстрин). Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин). 188 с. 2015.
- Захаров В.П., Логачев А.А. Магниторазведка. Изд.2. Л.: Недра. 351 с. 1979.
- Иванов В.В., Ротанова Н.М., Ковалевская Е.В., Цветков Ю.П. Использование результатов вейвлет-анализа для оценки глубин магнитных источников // Геомагнетизм и аэрномия. Т. 42. № 4. С. 569–576. 2002.
- Иванов С.А., Меркурьев С.А. Интерпретация морских магнитных аномалий. Часть 1. Обзор существующих методов и анализ метода аналитический сигнал // Геомагнетизм и аэрномия. Т. 54. № 3. С. 420–428. 2014. <https://doi.org/10.7868/S0016794014030080>
- Иванов С.А., Меркурьев С.А. Возможности палеомагнитного и геоисторического анализа короткопериодных морских магнитных аномалий типа “tiny wiggles” // Геомагнетизм и аэрномия. Т. 56. № 3. С. 393–406. 2016. <https://doi.org/10.7868/S0016794016030081>
- Глазнев В.Н. Комплексные геофизические модели литосферы Фенноскандии. // Апатиты. “КаЭМ”. 252 с. 2003.
- Глазнев В.Н., Муравина О.М. Использование вейвлет-преобразований для анализа и интерпретации потенциальных полей / Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей. Материалы 47-й сессии Международного научного семинара Д.Г. Успенского - В.Н. Страхова. Воронеж: ИПЦ “Научная книга” 2020. С. 89–93.
- Кузнецов К.М., Булычев А.А. Вейвлеты Пуассона в задачах обработки площадных потенциальных полей // Вестн. КРАУНЦ. Сер.: Науки о Земле. Вып. 36. № 4. С. 72–78. 2017.
- Кузнецов К.М., Оболенский И.В., Булычев А.А. Трансформации потенциальных полей на основе непрерывного вейвлет-преобразования // Вестн. МГУ. Сер. 4. Геология. № 6. С. 61–70. 2015.
- Никитский В.Е., Глебовский Ю.С. Магниторазведка. Изд.2. М.: Недра. 470 с. 1990.
- Оболенский И.В., Булычев А.А. Применение комплексного непрерывного вейвлет-преобразования Пуассона для определения источников аномалий потенциальных полей // Геофизич. исслед. Т. 12. № 3. С. 5–21. 2011.
- Трошков Г.А., Шалаев С.В. Применение преобразования Фурье для решения обратной задачи гравиразведки и магниторазведки // Прикладная геофизика. Вып. 30. С. 162–178. 1961.
- Хвастунов М.С. Вейвлет-анализ: применение к сигналам гауссовой формы. // JINR Rapid Comm. Т. 92. № 6. С. 63–74. 1998.
- Catalán M., Martos Y.M., Galindo-Zaldivar J., Perez L.F. and Bohoyo F. Unveiling Powell Basin's Tectonic Domains and Understanding Its Abnormal Magnetic Anomaly Signature. Is Heat the Key? // Front. Earth Sci. V. 8:580675. 2020. <https://doi.org/10.3389/feart.2020.580675580675>
- Chaubey A.K., Dymant J., Bhattacharya G.C., Royer J.Y., Srinivas K., Yatheesh V. Paleogene magnetic isochrons and palaeo-propagators in the Arabian and Eastern Somali basins, NW Indian Ocean. In: The Tectonic and Climatic Evolution of the Arabian Sea Region. Clift P.D., Croon D., Gaedicke C., Craig J. (Eds.). Geological Society. London. Special Publication. V. 195. P. 71–85. 2002.
- Cooper G.R.J., Cowan D.R. Enhancing potential field data using filters based on the local phase. // Computers & Geoscience. V. 32. P. 1585–1591. 2006. <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2006.02.016>
- Cooper G.R.J., Cowan D.R. A Generalized Derivative Operator for Potential Field Data // Geophysical Prospecting. V. 59. № 1. P. 188–194. 2011. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.2010.00901.x>
- DeMets C. and Merkouriev S. Eurasia-North America Chrons 1-6 plate reconstruction data: Arctic and north Atlantic basins. // MGDS. 2020. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2008.03761.x>

- *Ferreira F.J.F., de Souza I.J., de B. e S. Bongiolo A., and de Castro L.G.* Enhancement of the total horizontal gradient of magnetic anomalies using the tilt angle // *Geophysics*. V. 78. № 3. J33–J41. 2013. <https://doi.org/10.1190/geo2011-0441.1>
- *Gay S.P.* Standard curves for the interpretation of magnetic anomalies over long tabular bodies // *Geophysics*. V. 28. P. 161–200. 1963. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.2010.00901.x>
- *Gradstein F.M., Ogg J.G., Schmitz M.B., Ogg G.M.* *Geologic Time Scale 2020*. V. 2. Amsterdam. Oxford. Cambridge: Elsevier. 1357 p. 2020.
- *Gunn P.J.* A Quantitative methods for interpreting aeromagnetic data: a subjective review. // *Journal of Australian Geology and Geophysics*. V. 17. № 2. P. 105–113. 1997.
- *Hey R.* Magnetometer (Geometrics G-882) data as collected during the cruise MGL1309, North Atlantic Seafloor Spreading Geometry Reorganization. // *Rolling Deck to Repository (R2R)*. 2013. <https://doi.org/10.7284/112257>
- *Issachar R., Ebbing J. and Dilixiati Y.* New magnetic anomaly map for the Red Sea reveals transtensional structures associated with rotational rifting. // *Scientific Report*. V. 12. Article number 5757. 2022. <https://doi.org/10.1038/s41598-022-09770-0>
- *Kumar P., Foufoula-Georgiou E.* Wavelet analysis for geophysical applications // *Reviews of Geophysics*. V. 35. №4. P.385–412. 1997. <https://doi.org/10.1029/97RG00427>
- *MacLeod I.N., Jones K. and Dai T.F.* 3-D Analytic Signal in the Interpretation of Total Magnetic Field Data at Low Magnetic Latitudes. // *Exploration Geophysics*. V. 24. P. 679–688. 1993. <https://doi.org/10.1071/EG993679>
- *Miller H.G. and Singh V.* Potential field tilt a new concept for location of potential field sources. // *J. Appl. Geophys.* V. 32. P. 213–217. 1994. [https://doi.org/10.1016/0926-9851\(94\)90022-1](https://doi.org/10.1016/0926-9851(94)90022-1)
- *Merkouriev S. and DeMets C.* A high-resolution model for Eurasia–North America plate kinematics since 20 Ma, // *Geophys. J. Int.* V. 173. P. 1064–1083. 2008. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2008.03761.x>
- *Moreau F., Gibert D., Holschneider M., Saracco G.* Wavelet analysis of potential fields. // *Inverse Problems*. V. 13. № 1. P. 165–178. 1997.
- *Nabighian M.N.* The analytical signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section: its properties and use for automated anomaly interpretation // *Geophysics*. V. 37. № 3. P. 507–517. 1972.
- *Nabighian M.N.* Additional comments on the analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section // *Geophysics*. V. 39. № 1. P. 85–92. 1974.
- *Nabighian M.N., Grauch V.J.S., Hansen R.O., Lefehr T.R., Li Y., Peirce J.W., Phillips J.D., Ruder M.E.* The historical development of the magnetic method in exploration // *Geophysics*. V. 70. № 6. P. 33–61. 2005.
- *Parnell-Turner R., Schouten H. and Smith D.K.* Tectonic Structure of the Mid-Atlantic Ridge near 16°30'N // *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*. V. 17. Is. 10. P.39934010.2016. <https://doi.org/10.1002/2016GC006514>
- *Reid A.B., Allsop J.M., Granser H., Millet A.J., and Somerton I.W.* Magnetic interpretation in three dimensions using Euler deconvolution. // *Geophysics*. V. 55. P. 180–191. 1990. <https://doi.org/10.1190/1.1442774>
- *Roest W.R., Verhoef J., and Pilkington M.* Magnetic interpretation using the 3-D analytic signal. // *Geophysics*. V. 57. P. 116–125 1992.
- *Saihaç P., Galdeano A., Gibert D., Moreau F., Delor C.* Identification of sources of potential fields with the continuous wavelet transform: Complex wavelets and application to aeromagnetic profiles in French Guiana. // *JGR Solid Earth*. V. 105. Is. B8. P. 19455–19475. 2000. <https://doi.org/10.1029/2000JB900090>
- *Salem A., Ravat D., Gamey T.J., and Ushijima K.* Analytic signal approach and its applicability in environmental magnetic investigations. // *J. Appl. Geophys.* V. 49. P. 231–244. 2002. [https://doi.org/10.1016/S0926-9851\(02\)00125-8](https://doi.org/10.1016/S0926-9851(02)00125-8)
- *Schouten H., McCamy K.* Filtering marine magnetic anomalies // *J. Geophys. Res.* V. 77. P. 7089–7099. 1972.
- *Spector A. and Grant F.S.* Statistical models for interpreting aeromagnetic data. // *Geophysics*. V. 35. P. 293–302. 1970.
- *Talwani M. and Heirtzler J.* Computation of magnetic anomalies caused by two dimensional bodies of arbitrary shape / *Computers in Mineral Industries, Parks, G.A.* Ed. Stanford Univ. Publ. Geol. Sci. V. 9. P. 464–480. 1964.
- *Thompson D.T.* EULDPH: a new technique for making depth estimates from magnetic data computer-assisted. // *Geophysics*. V. 47. P. 31–37. 1982.
- *Verduzco B., Fairhead J.D., Green C.M., and Mackenzie C.* New insights into magnetic derivatives for structural mapping // *Leading Edge*. V. 23. P. 116–119. 2004. <https://doi.org/10.1190/1.1651454>
- *Wijns C., Pere C. and Kowalczyk P.* Theta map: edge detection in magnetic data. // *Geophysics*. V. 70. P. L39–L43. 2005.
- *Werner. S.* Interpretation of magnetic anomalies at sheet-like bodies // *Norstedt. Sveriges Geologiska Undersok. Ser. C*. 1953.



## ПРИЛОЖЕНИЕ

Сводка формул для вычисления поля простых тел и его производных.

## 1. Квадрант

Поле

$$B_z = \operatorname{arctg}\left(\frac{x - x_0}{z_1}\right);$$

1-я производная

$$B'_z = \frac{z_1}{(x - x_0)^2 + z_1^2}; \text{ экстремум в } x = x_0. \quad (\text{П1})$$

2-я производная

$$B''_z = \frac{2(x - x_0)z_1}{((x - x_0)^2 + z_1^2)^2}; \quad \text{экстремумы в } x_{\pm} = x_0 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}z_1 \quad (\text{П2})$$

3-я производная

$$B'''_z = \frac{2z_1(3(x - x_0)^2 - z_1^2)}{((x - x_0)^2 + z_1^2)^3}; \quad \text{экстремумы в } x_{\pm} = x_0 \pm z_1 \quad (\text{П3})$$

4-я производная

$$B''''_z = -\frac{24xz_1((x - x_0)^2 - z_1^2)}{((x - x_0)^2 + z_1^2)^4}$$

## 2. Пласт

Поле

$$B_z = \operatorname{arctg}\left(\frac{x - x_0}{z_1}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{x - x_0}{z_2}\right); \text{ экстремумы в } x_{\pm} = \pm \sqrt{z_1 z_2}$$

1-я производная

$$B'_z = \frac{(z_1 - z_2)(z_1 z_2 - x^2)}{\left((x - x_0)^2 + z_1^2\right)\left((x - x_0)^2 + z_2^2\right)};$$

$$\text{экстремумы в } x_{\pm}^1 = x_0 \pm \sqrt{\sqrt{z_1 z_2} (z_1 + z_2 + \sqrt{z_1 z_2})} \quad (\text{П4})$$

2-я производная

$$B''_z = \frac{2(x - x_0)z_2}{\left((x - x_0)^2 + z_2^2\right)^2} - \frac{2(x - x_0)z_1}{\left((x - x_0)^2 + z_1^2\right)^2};$$

$$B''_z(x_{\pm}^1, z_1) = 0 \Rightarrow z_2 \left( (x_{\pm}^1 - x_0)^2 + z_1^2 \right)^2 - z_1 \left( (x_{\pm}^1 - x_0)^2 + z_2^2 \right)^2 = 0 \quad (\text{П5})$$

## 3. Дайка

$$B_z = \operatorname{arctg}\left(\frac{x - x_0 - d}{z_1}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{x - x_0 + d}{z_1}\right)$$

1-я производная

$$B'_z = -4z_1 d \frac{x - x_0}{\left[(x - x_0 - d)^2 + z_1^2\right] \left[(x - x_0 + d)^2 + z_1^2\right]};$$

$$\text{экстремумы } x_{\pm} = x_0 \pm \sqrt{\frac{1}{3} \sqrt{2\sqrt{d^4 + d^2 z_1^2 + z_1^4} + d^2 - z_1^2}} \quad (\text{П6})$$

2-я производная

$$B''_z = \frac{2(x - x_0 + d)z_1}{\left[(x - x_0 + d)^2 + z_1^2\right]^2} - \frac{2(x - x_0 - d)z_1}{\left[(x - x_0 - d)^2 + z_1^2\right]^2} \quad (\text{П7})$$

3-я производная

$$4B'''_z = \frac{p}{q}, \quad (\text{П8})$$

где

$$p = 16xdz_1 \left( -3x^6 + 3x^4 d^2 - 3x^4 z_1^2 + 3x^2 d^2 + 14x^2 d^2 z_1^2 + 3x^2 z_1^4 - 3d^6 - 3d^4 z_1^2 + 3d^2 z_1^4 + 3z_1^6 \right),$$

$$q = \left( x^2 - 2xd + d^2 + z_1^2 \right)^3 \left( x^2 + 2xd + d^2 + z_1^2 \right)^3$$

## 4. Блок

Поле

$$B_z = \operatorname{arctg}\left(\frac{x - x_0 - d}{z_2}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{x - x_0 + d}{z_1}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{x - x_0 - d}{z_1}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{x - x_0 + d}{z_2}\right)$$

1-я производная

$$B'_z = \frac{z_1}{(x - x_0 - d)^2 + z_1^2} - \frac{z_2}{(x - x_0 - d)^2 + z_2^2} - \frac{z_1}{(x - x_0 + d)^2 + z_1^2} + \frac{z_2}{(x - x_0 + d)^2 + z_2^2}$$

Аналитическое выражение для экстремумов 1-й производной (нулей 2-й) не приводится в силу его громоздкости

2-я производная

$$B''_z = \frac{2(x - x_0 - d)z_2}{\left[(x - x_0 - d)^2 + z_2^2\right]^2} - \frac{2(x - x_0 - d)z_1}{\left[(x - x_0 - d)^2 + z_1^2\right]^2} + \frac{2(x - x_0 + d)z_1}{\left[(x - x_0 + d)^2 + z_1^2\right]^2} - \frac{2(x - x_0 + d)z_2}{\left[(x - x_0 + d)^2 + z_2^2\right]^2}$$

## Interpretation of 2D Magnetic Anomalies Using Wavelet Transform

S. A. Merkuriev<sup>1, \*</sup>, S. A. Ivanov<sup>1, \*\*</sup>, I. M. Demina<sup>1, \*\*\*</sup>

<sup>1</sup>*St. Petersburg Branch, Pushkov Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere and Radio Wave Propagation, Russian Academy of Sciences (SPbF IZMIRAN), St. Petersburg, Russia*

*\*e-mail: sam\_hg@hotmail.com*

*\*\*e-mail: sergei.a.ivanov@mail.ru*

*\*\*\*e-mail: dim@izmiran.spb.ru*

Determination of the boundaries of anomaly-forming bodies (deep sources) is an important step in interpreting potential field anomalies during geophysical research. In this paper, a method based on continuous wavelet analysis of magnetic profiles is proposed to solve this problem. The connection between the parameters of simple bodies and the properties of the wavelet transformation of the field created by these bodies is shown. A technique has been developed for determining the boundaries of blocks of the magnetically active layer. The proposed method was tested on model data of the simplest single bodies and on a spreading model. The high resolution of the method is shown, which makes it possible to determine the boundaries of blocks of the spreading model with an accuracy of up to 400 m. The method was applied to a real magnetic profile crossing a typical oceanic structure: the mid-ocean Reykjanes Ridge. The results obtained confirm that the proposed method has a higher resolution compared to the analytical signal and allows the identification of narrow blocks. To clarify the boundaries of these blocks, it is planned to develop a methodology based on the modeling results.

**Keywords:** magnetically active layer, block boundaries, wavelet analysis, analytical signal method