

УДК 52-17

РАСЧЕТ ЖЕСТКОСТИ ГЕОМАГНИТНОГО ОБРЕЗАНИЯ С ПОМОЩЬЮ ТРЕЙСИНГА НА ОСНОВЕ МЕТОДА БУНЕМАНА–БОРИСА

© 2024 г. П. А. Кручинин^{1,*}, В. В. Малахов^{1,**}, В. С. Голубков^{1,***}, А. Г. Майоров^{1,****}

¹Национальный исследовательский ядерный университет Московский инженерно-физический институт (НИЯУ МИФИ), Москва, Россия

*e-mail: kruchinin_01@inbox.ru

**e-mail: vvmalakhov@mephi.ru

***e-mail: vlad10433@mail.ru

****e-mail: agmayorov@mephi.ru

Поступила в редакцию 04.03.2024 г.

После доработки 12.04.2024 г.

Принята к публикации 23.05.2024 г.

Работа включает в себя разработку метода определения жесткости геомагнитного обрезания, основанного на трассировке заряженных частиц в магнитном поле Земли по методу частица-в-ячейке, реализованного в схеме Бунемана–Бориса. Для тестирования метода были проведены расчеты жесткости геомагнитного обрезания в поле идеального диполя и в поле, заданном моделью IGRF. В первом случае полученные данные сопоставлялись с аналитическими значениями. Точность расчета в этом случае составила 3 МВ. Во втором случае была воспроизведена картина полутени в различных географических точках, за различные периоды, а также исследована устойчивость метода к малым возмущениям начальных параметров. В качестве основных результатов в работе построены и проанализированы карты жесткости геомагнитного обрезания на высотах низко-орбитальных спутников для разных направлений в пространстве, а также их вариации с 1900 по 2015 года.

Ключевые слова: жесткость геомагнитного обрезания, полутень геомагнитного обрезания, трассировка частиц, метод Бунемана–Бориса.

DOI: 10.31857/S0016794024060032, EDN: QOQMPN

1. ВВЕДЕНИЕ

Расчет жесткости геомагнитного обрезания (ЖГО) на сегодняшний момент является важной как теоретической, так и практической задачей. Целями могут быть оценка радиационного фона вблизи Земли, расчеты отклика нейтронных мониторов [Koldobskiy et al., 2019; Mishev et al., 2020; Mishev and Poluianov, 2021], моделирование механизма CRAND [Selesnick et al., 2007; Sarkar and Roy, 2022] и другие. Отдельной задачей является изучение вариаций ЖГО во время солнечных событий [Adriani, 2016; Птицына и др., 2021; Данилова и др., 2023], также важны и географические карты ЖГО в магнитоспокойное время и их долгопериодические вариации. Карты в большинстве случаев строятся лишь для вертикальной жесткости [Kress et al., 2015; Smart and Shea, 2019], тогда как для многих задач важна и более детальная картина. В настоящее время су-

ществует достаточно много методик, позволяющие решать важные практические задачи, связанные с траекторными расчетами в различных моделях магнитного поля (<https://www.geomagsphere.org>; <https://tools.izmiran.ru/>; <http://cosmos.hwr.arizona.edu/Util/rigidity.php>). Большинство использует метод Рунге–Кутты для решения уравнения движения частицы в магнитном поле, в то время как существуют и другие схемы для решения этой задачи [Голубков и Майоров, 2021]. Кроме того, сама форма реализации таких методик делает крайне трудоемкой задачу массовых расчетов ЖГО (построение подробных карт, их вариаций во времени). Поэтому в качестве среды для анализа мы выбрали разрабатываемую в данный момент среду для моделирования “жизни” заряженной частицы в околоземном пространстве [https://spacephysics.mephi.ru/beta/GTsimulation/GTsimulation_8p0].

pdf], призванной воспроизвести различные эффекты в этой области и промоделировать потоки заряженных частиц. Основой этой среды является алгоритм трейсинга заряженных частиц, основанный на методе частица—в—ячейке, реализованный в схеме Бунемана—Бориса [Boris, 1970; Boris, 1971]. Данный метод позволяет решать уравнения движения в магнитном поле с сохранением кинетической энергии при длительном движении в сложных магнитных полях и, в частности, в магнитном поле Земли, благодаря чему, метод оказывается точнее и устойчивее, чем метода Рунге—Кутты, и быстрее, чем другие схемы с сохранением энергии [Mao and Wirz, 2011; Qin et al., 2013].

Целью работы является, во-первых, тестирование алгоритма трейсинга и в целом разрабатываемой программной среды, воспроизведение известных эффектов, а во-вторых, восстановление более полной картины ЖГО, в частности получение карты для разных направлений в пространстве на высотах низкоорбитальных спутников.

В качестве тестов рассчитывались значения ЖГО в заранее заданном дипольном поле и сравнивались с соответствующими аналитически вычисленными значениями; проверялась стабильность метода при применении его в реалистичном магнитном поле Земли при небольшом варьировании начальных параметров прилета частиц (широты, долготы, высоты, зенитного и азимутального угла). Расчеты проводились для протонов в условиях магнитоспокойного времени для разных географических точек, высот и направлений, которые затем сопоставлялись с предыдущими аналогичными результатами.

2. МЕТОДОЛОГИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для расчета ЖГО, для выбранной точки пространства и выбранного направления проводился обратный трейсинг заряженной частицы в магнитном поле до тех пор, пока не было выполнено одно из следующих условий остановок:

- а) частица достигла поверхности Земли (траектория альбеда);
- б) частица достигла расстояния, равного 30 радиусам Земли (галактическая траектория);
- в) время жизни частицы от начала трейсинга достигло 100 секунд, при этом ни одно из предыдущих условий не выполнено.

Первый и третий тип траектории соответствуют частице с жесткостью ниже пороговой и с точки зрения теории Штёрмера [Stoërmer, 1955] такие траектории попадают в запрещенную область.

Ко второму типу относится частица с жесткостью выше пороговой, что соответствует разрешенной области.

Для проверки метода использовалась модель идеального дипольного поля и модель главного поля IGRF-13 [Alken et al., 2021]. ЖГО определялась подбором жесткости трассируемой частицы в области теоретически рассчитанного значения методом последовательных приближений до точности 0.1 МВ для дипольного поля и шагом 2 МВ для модели главного поля IGRF. Значения шага подобраны исходя из наиболее оптимального соотношения скорости работы алгоритма и точности результата.

3. ТЕСТИРОВАНИЕ МЕТОДА

3.1. Дипольное поле

На данном этапе задавалось поле идеального диполя с магнитным моментом равным магнитному моменту Земли в 2000 году. Для определения ЖГО использовался метод последовательных приближений. Он заключается в следующем: начальные жесткости выбираются исходя из рассчитанной по формуле Штёрмера [D.F. Smart and M.A. Shea., 2005], одна (R_1) ниже и одна (R_2) выше нее на некоторое значение ΔR_0 , выбранные таким образом, что верхнее значение соответствует заведомо разрешенной траектории, а нижнее — запрещенной. Для этих жесткостей рассчитывается среднеарифметическое значение R_0 . Далее проводится бэктрейсинг с соответствующей жесткостью и определяется тип траектории. Если жесткость попадает в разрешенную область, т.е. частица покидает пределы магнитосферы, то максимальному значению жесткости присваивается текущее значение, а разница между ними устанавливается $\Delta R_1 = R_0 - R_1$. Если запрещенной, то минимальной жесткости присваивается текущее значение, в этом случае $\Delta R_1 = R_2 - R_0$. Считается среднее между новыми значениями. Процедура повторяется до тех пор, пока ΔR_i не станет меньше 0.1 МВ.

В данном случае расчеты проводились для высоты 5 радиусов Земли и диапазона широт $\lambda = [0^\circ; 70^\circ]$ с шагом в 10° ; азимутальный угол ξ менялся в пределах $[0^\circ; 360^\circ]$ с шагом в 10° ; зенитный угол ε — в пределах $[0^\circ; 90^\circ]$ с шагом в 10° .

В результате были получены распределения относительных и абсолютных отклонений жесткости геомагнитного обрезания от теоретического значения по зенитному и азимутальному углам. На рис. 1 для примера представлено такое распределение для широты 30° . Видно, что распределение ошибок равномерное, без выделен-

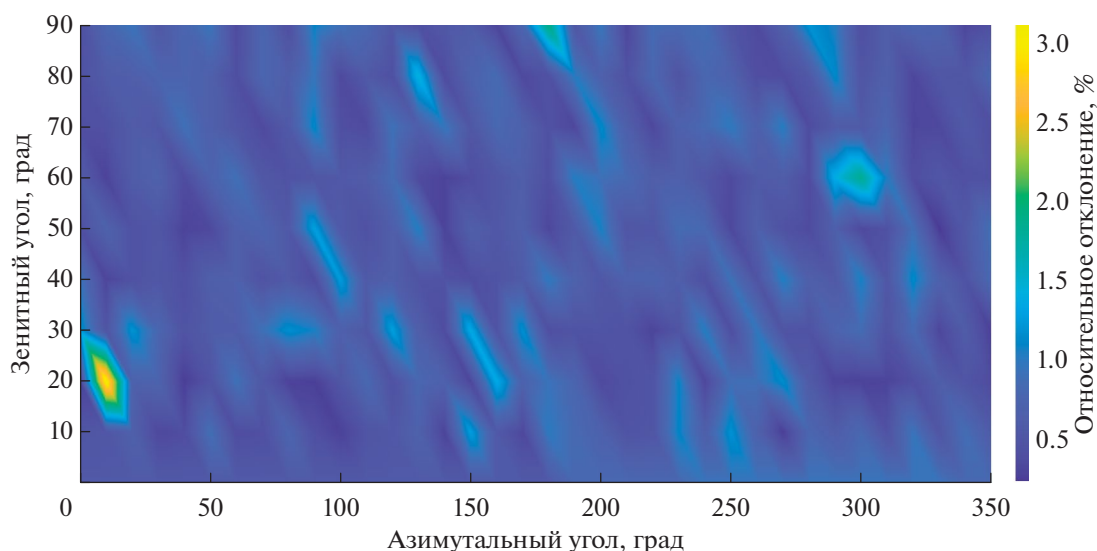


Рис. 1. Карта отклонений ЖГО смоделированной частицы относительно значения, полученного по формуле Штёрмера для геомагнитной широты $\lambda = 30^\circ$. Расстояние 5 радиусов Земли от центра диполя.

ных направлений, но в среднем не превышает 1.5%. С учетом этого в качестве единой характеристики точности ЖГО на конкретной широте было использовано среднее отклонение по всем направлениям. Они были вычислены для ряда широт в указанном диапазоне, график зависимости среднего относительного отклонения от широты приведен на рис. 2.

Сравнение с теоретическими расчетами показало хорошее совпадение в экваториальной области и в области средних широт, заметно ухудшаясь в полярных областях. В районе 70° относительная ошибка составила 28%, при этом отклонение по абсолютному значению для всех широт оказалось одинаковым и лежало в пределах 1–3 МВ.

3.2. Поле IGRF

Основной задачей тестирования в поле IGRF было воспроизведение характерной картины полутени (рис. 3), где нет четкой границы, а диапазоны разрешенных и запрещенных жесткостей чередуются. Для сопоставления были выбраны несколько точек, для которых ранее проводились расчеты Смарт и Ши [D.F. Smart and M.A. Shea., 1994; D.F. Smart and M.A. Shea., 2005; D.F. Smart and M.A. Shea., 2009].

Сравнение проводилось для различных географических точек (Palestine, Sioux Falls, Cape Girardeau, MT. Washington, Newark, Climax), высот и направлений прилета частиц. На рис. 3 представлена картина полутени геомагнитного обреза. Черная область является запрещенной, а белая – разрешенной. По оси абсцисс отложены

азимутальные углы, каждому значению которого соответствует своя полутень. Азимутальные углы расположены так, чтобы направление прилета частицы менялось с запада на восток. Можно выделить несколько устойчивых зон: широкая запрещенная область, узкая запрещенная область у верхней границы полутени. Также выделяется область шума, где каждая тонкая линия запрещенных траекторий при варьировании начальных параметров не совпадают между собой. Для каждой точки наблюдается общее совпадение структуры расположения разрешенных и запрещенных зон, сдвинутой однако на 100–200 МВ между полученными данными и результатами Смарт и Ши.

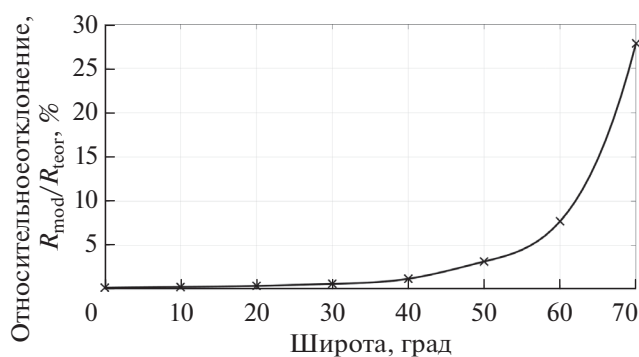


Рис. 2. Зависимость от широты относительной разницы между рассчитанным и теоретическим значениями ЖГО. Расстояние: 5 радиусов Земли от центра диполя.

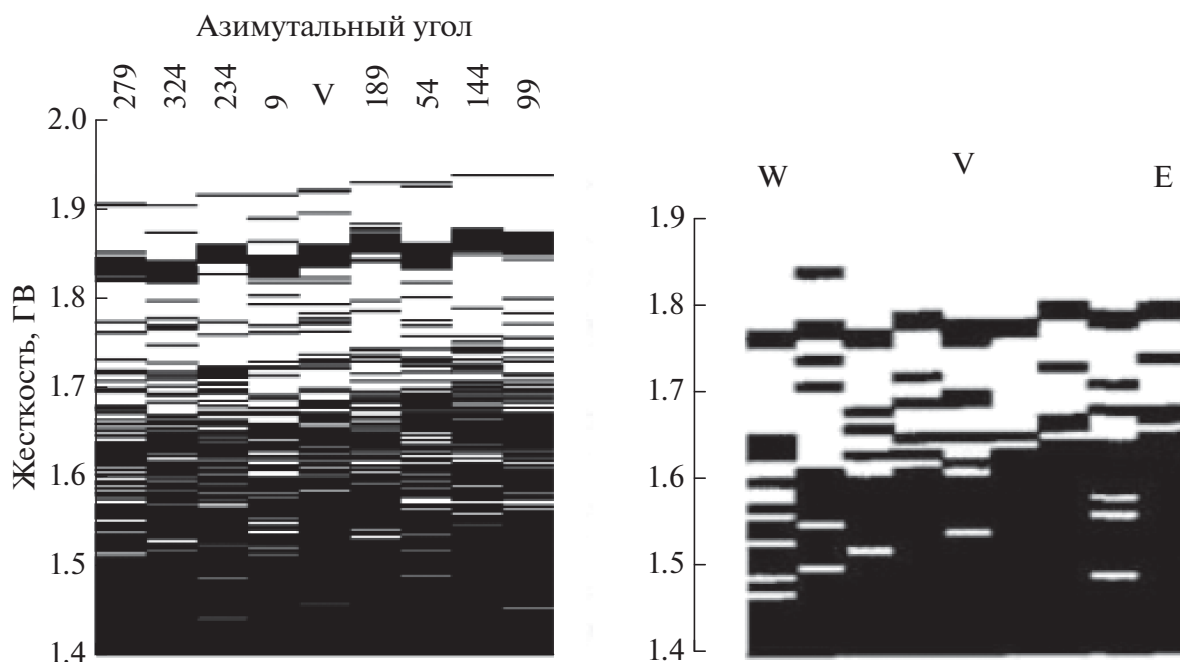


Рис. 3. Иллюстрация полутени геомагнитного обреза. Sioux Falls. Модель IGRF-13 (слева). 1975 год. Высота 30 км. Зенитный угол прилета частицы 5°. Справа — результат Смита и Ши [D.F. Smart and M.A. Shea, 2009]. Белым обозначены разрешенные области, черным — запрещенные.

3.3. Устойчивость полутени жесткости геомагнитного обреза

Для дополнительной проверки полученного результата была исследована устойчивость картины полутени ЖГО при варьировании начальных параметров прилета частиц: зенитных и азимутальных углов, под которыми частица достигает заданной точки; географических координат; высоты (рис. 4).

Данные иллюстрации показывают, что варьирование параметров либо не влияет, либо приводит к плавному изменению основных особенностей полутени (кроме хаотично меняющихся запрещенных и разрешенных зон между верхней запрещенной широкой полосой и основной запрещенной областью снизу), что говорит об устойчивости метода.

4. КАРТА ЖЕСТКОСТИ ГЕОМАГНИТНОГО ОБРЕЗАНИЯ И ЕЕ ВАРИАЦИИ

Поскольку в поле IGRF не существует точной границы между запрещенной и разрешенной областью, то обычно используется некоторое условное значение, лежащее в пределах области полутени. Мы будем использовать в качестве ЖГО значение, вычисляемое по следующей

формуле [Тясто и др., 2015; http://cosray.unibe.ch/~laurent/planetocosmics/doc/planetocosmics_sum.pdf]:

$$R_c = R_{\max} - n_{\text{allowed}} \cdot \Delta R, \quad (1)$$

где $R_{\max}$ — верхняя граница полутени; n_{allowed} — число значений начальных жесткостей, при которых траектория попала в разрешенную область; ΔR — шаг по жесткости.

На рис. 5 показаны карты ЖГО для четырех зенитных углов (0, 15, 30), при фиксированном азимутальном (равным 200°) на высоте 500 км на 5 июля 2006 года (азимутальный угол считается от направления на геомагнитный север). Из карт видно, что для геомагнитного экватора с увеличением зенитного угла картина становится все более ассиметричной вдоль геомагнитной долготы с ярко выраженным минимумом в области ЮАА и максимумом в противоположном полушарии. Кроме того, увеличивается и максимальное значение ЖГО с 16 до 20 ГВ.

На рис. 6 приведены карты ЖГО для той же высоты и того же времени, но с фиксированным зенитным углом (30°) и разными азимутальными углами от 0 до 350 с шагом 50°. Здесь видно, что при вращении вектора направления прилета по часовой стрелке максимум ЖГО смещается в за-

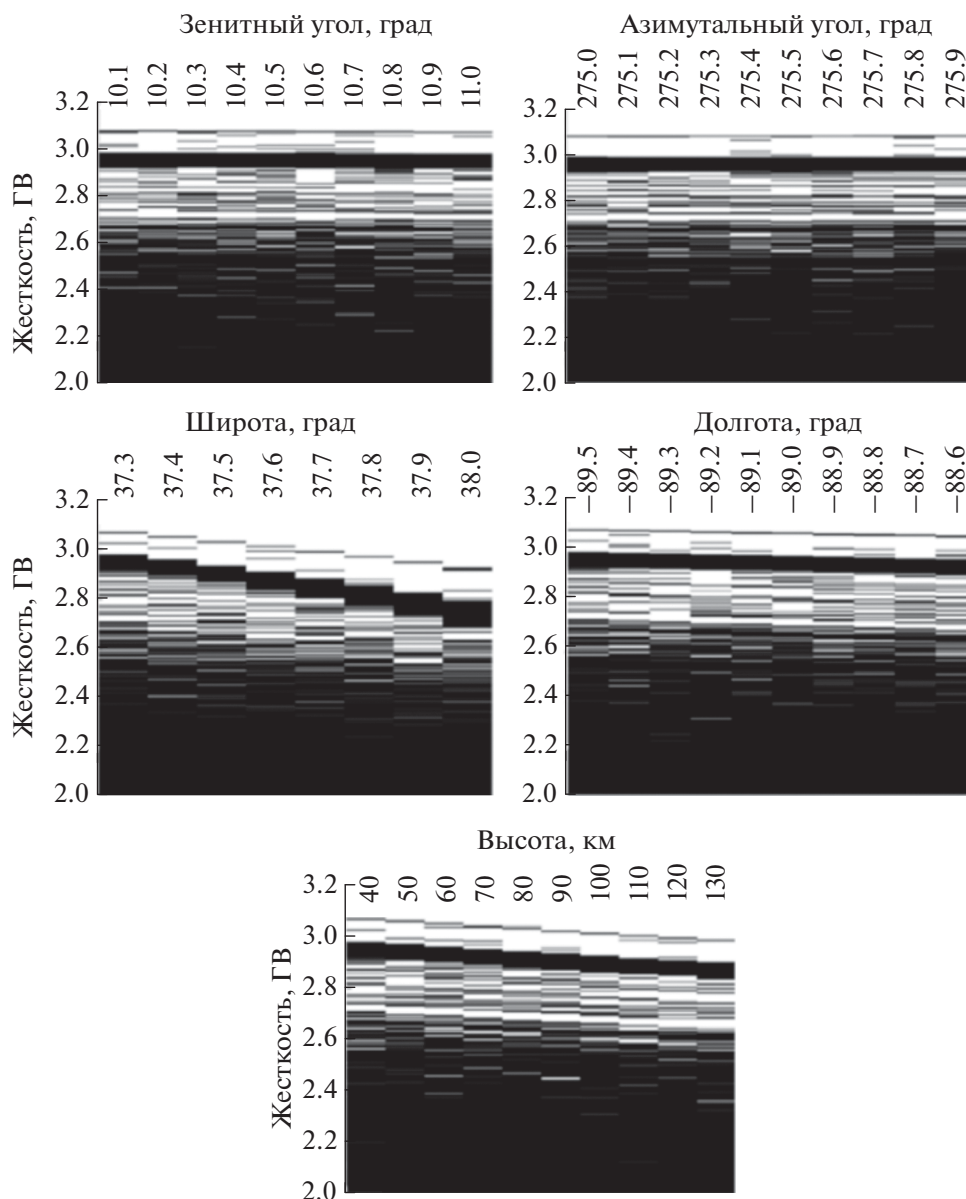


Рис. 4. Исследование устойчивости полутени геомагнитного обрезания от начальных параметров прилета частиц.

падном направлении и совершает один оборот вокруг Земли, что хорошо согласуется с эффектом восточно-западной асимметрии.

4.1. Временные вариации

Для восстановления вековых вариаций было построено 7 карт вертикальной ЖГО с 1903 по 2023 года с шагом в 20 лет на высоте 500 км. Для описания магнитного поля в каждом из временных отрезков также использовалась модель IGRF.

На рис. 7 карта относительных отклонений между значениями ЖГО в 1903 и 2023 годах. На рис. 7а можно видеть, что наибольшая величина вариаций приходится на область Южно-Атлантической магнитной аномалии. Отклонения в данном регионе составляют порядка 101% и по абсолютному значению — 3 ГВ. Это хорошо согласуется с другими результатами. Например, на рис. 7б показана зависимость ЖГО (кресты) в точке (-40° ; -50°), соответствующей центру и напряженности магнитного поля (квадраты) [Gelvam et al., 2009] от времени. Видно, что зависимости хорошо коррелируют.

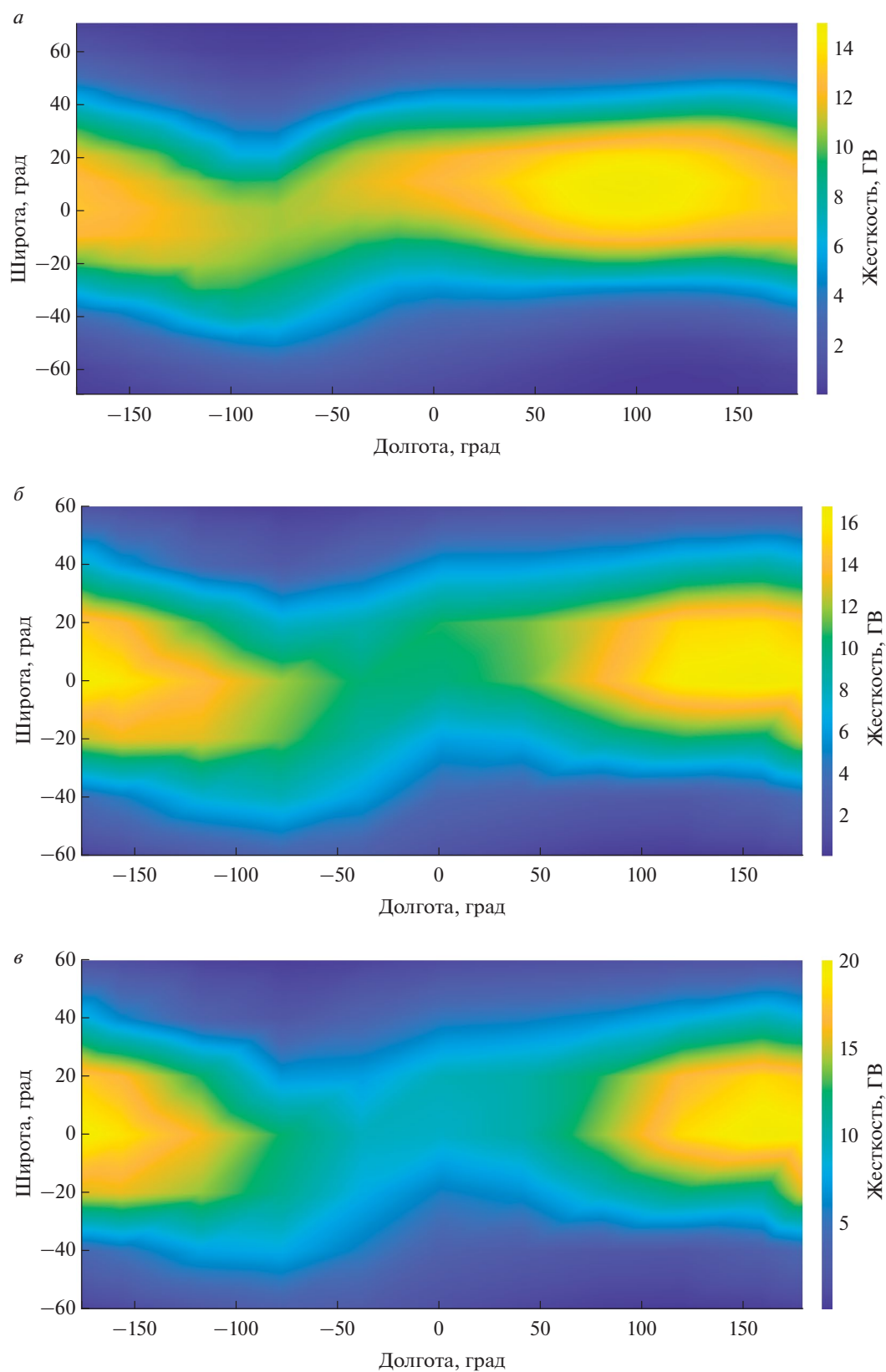


Рис. 5. Карта жесткости геомагнитного обреза для: (а) вертикального направления прилета частиц; (б) зенитный угол 15° , азимутальный угол 200° ; (в) зенитный угол 30° , азимутальный угол 200° . Модель IGRF-13. 2006 год. Высота 500 км.

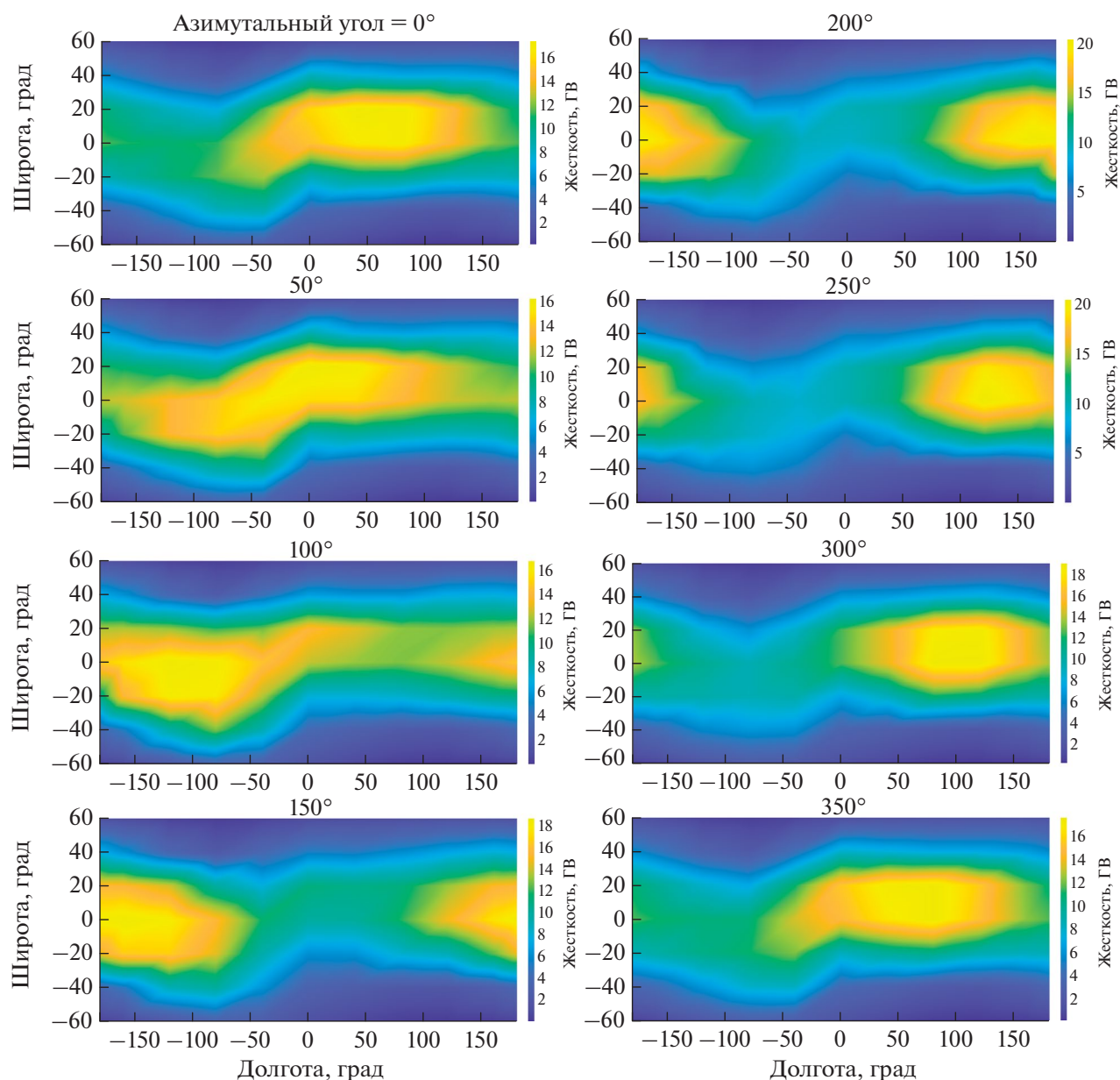


Рис. 6. Карты ЖГО для азимутальных углов от 0° до 350° с шагом 50° . Зенитный угол $= 30^\circ$. 2006 год. Высота 500 км.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе на примере задачи расчета ЖГО и построения карт ЖГО был протестирован метод трассировки заряженных частиц Бунемана—Бориса по схеме частица в ячейке в составе разрабатываемого инструментария для моделирования “жизни” заряженной частицы в околоземном пространстве. Было получено хорошее совпадение с аналитическими значениями для дипольного поля, точность при этом составил 3 МВ, что соответствует 1.5% в экваториальной области. Были воспроизведены основные особенности

ЖГО в “реальном” поле, заданном моделью IGRF. В частности, восстановлена характерная картина полутени в нескольких географических точках, которая хорошо совпала по структуре с ранее полученными результатами. Данный метод трассировки по сравнению широко используемым методом Рунге—Кутты показал высокую точность, устойчивость и может использоваться в таких методиках как (<https://www.geomagsphere.org/index.php>; <http://cosmos.hwr.arizona.edu/Util/rigidity.php>) особенно при необходимости массовых расчетов.

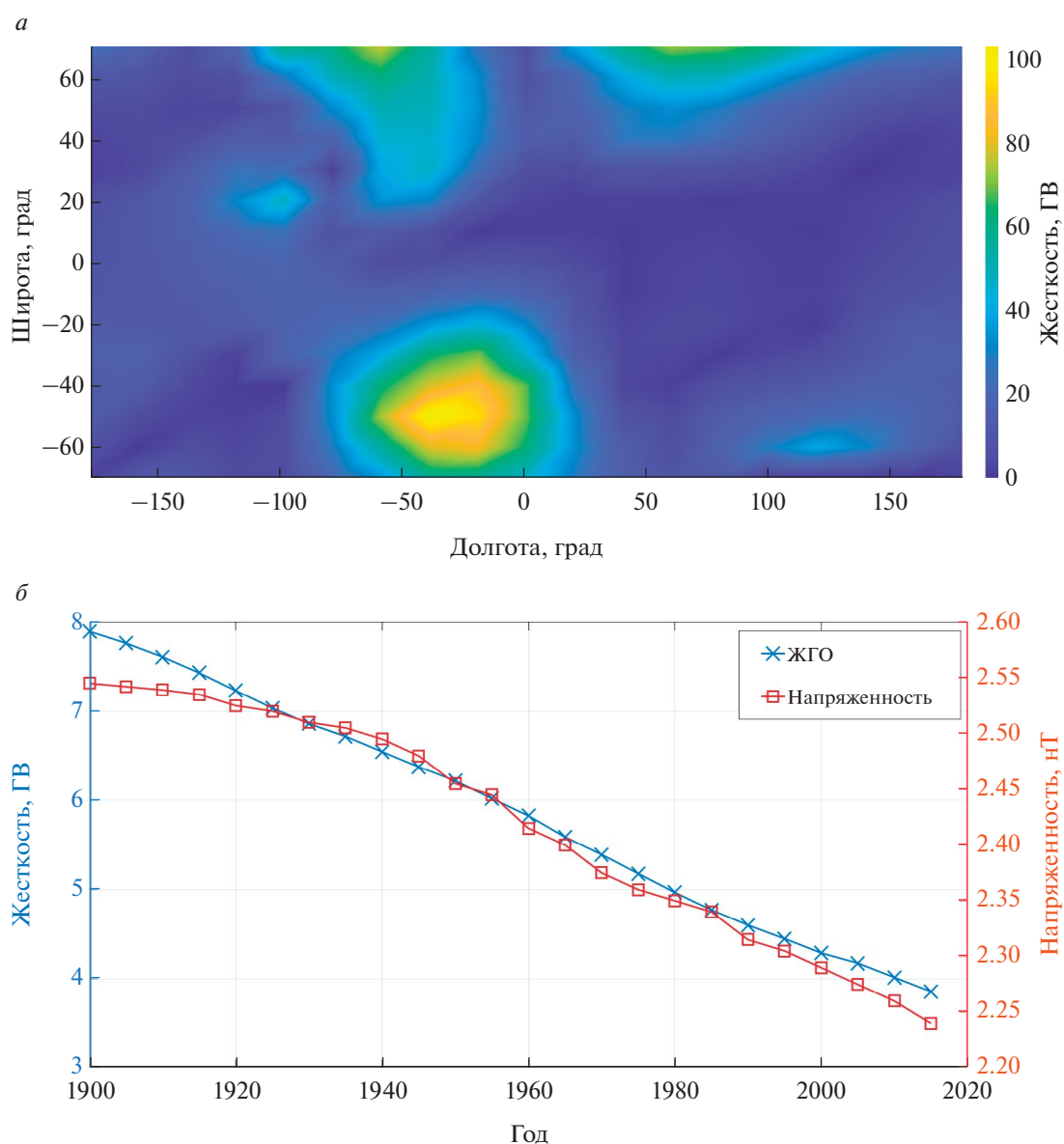


Рис. 7. (а) Карта относительных отклонений значений жесткости геомагнитного обрезаия в 1903 и 2023 годах; (б) зависимость от времени жесткости геомагнитного обрезаия (кресты) и напряженности магнитного поля (квадраты) [Gelvam et al., 2009] в области Южно-Атлантической магнитной аномалии (40° S; 50° W).

Кроме того, построены карты ЖГО и их вековые вариации в условиях спокойной магнитосферы в зависимости от разных направлений, в которых также были воспроизведены известные эффекты, что является дополнительной валидацией метода.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 19-72-10161, (<https://rscf.ru/project/19-72-10161/>).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Голубков В.С., Майоров А.Г. Пакет программ для численных расчетов траектории частиц в магнитосфере Земли и его применение для обработки данных эксперимента PAMELA // Изв. РАН. Сер. физ. Т. 85. № 4. С. 512–514. 2021.
- Данилова О.А., Птицына Н.Г., Тясто М.И., Сдобнов В.Е. Изменения жесткостей обрезаия космических лучей во время бури 8–11 марта 2012 г. в период CAWSES-II // Солнечно-земная физика. Т. 9. № 2. 2023. <https://doi.org/10.12737/szf-92202310>

- *Птицына Н.Г., Данилова О.А., Тясто М.И., Сдобнов В.Е.* Динамика жесткости геомагнитного обрезания космических лучей и параметров магнитосферы во время разных фаз бури 20 ноября 2003 г. // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 61. № 2. С. 160–171. 2021. <https://doi.org/10.31857/S0016794021010120>
- *Тясто М.И., Данилова О.А., Птицына Н.Г., Сдобнов В.Е.* Вариации жесткостей обрезания космических лучей во время сильной геомагнитной бури в ноябре 2004 г. // Солнечно-земная физика. Т. 1. № 2. С. 97–105. 2015. <https://doi.org/10.12737/7890>
- *Adriani O., Barbarino G.C., Bazilevskaya G.A. et al.* PAMELA's measurements of geomagnetic cutoff variations during the 14 December 2006 storm // Space Weather. V. 14. P. 210–220. 2016. <https://doi.org/10.1002/2016SW001364>
- *Alken P., Thébaud E., Beggan C.D. et al.* International Geomagnetic Reference Field – The Thirteen Generation // Earth, Planets and Space. V. 73:49. 2021. <https://doi.org/10.1186/s40623-020-01288-x>
- *Boris J.P.* The acceleration calculation from a scalar potential // Technical report MATT-152, Princeton: Princeton Univ. 1970.
- *Boris J.P.* Relativistic plasma simulation–optimization of a hybrid code // Proc. 4th Conf. on Numerical Simulation of Plasmas, Washington. P. 3. 1971.
- *Gelvam A., Hartmann, Pacca I.G.* Time evolution of the South Atlantic Magnetic Anomaly // Anais da Academia Brasileira de Ciências. V.81. №2. P. 243–255. 2009.
- *Koldobskiy S.A., Bindi V., Corti C., Kovaltsov G.A., Usoskin I.G.* Validation of the Neutron Monitor Yield Function Using Data From AMS-02 Experiment, 2011–2017 // J. Geophys. Res. Space Physics. 124. P. 2367 – 2379. 2019. <https://doi.org/10.1029/2018JA026340>
- *Kress B.T., Hudson M.K., Selesnick R.S., Mertens C.J., Engel M.* Modeling geomagnetic cutoffs for space weather applications // J. Geophys. Res. Space Physics. V. 120. 5694–5702. <https://doi.org/10.1002/2014JA020899>
- *Mao H. and Wirz R.E.* // Comparison of Charged Particle Tracking Methods for Non-Uniform Magnetic Fields // 42nd AIAA Plasmadynamics and Lasers Conference. 2011.
- *Mishev A.L., Koldobskiy S.A., Kovaltsov G.A., Gil A., Usoskin I.G.* Updated Neutron-Monitor Yield Function: Bridging Between In Situ and Ground-Based Cosmic Ray Measurements // J. Geophys. Res. Space Physics. 125. 2020. <https://doi.org/10.1029/2019JA027433>
- *Mishev A., Poluianov S.* About the Altitude Profile of the Atmospheric Cut-Off of Cosmic Rays: New Revised Assessment // Solar Physics. V. 296:129. 2021. <https://doi.org/10.1007/s11207-021-01875-5>
- *Qin R., Zhang S., Xiao J., Liu J., Sun Y. Tang W.* // Why is Boris algorithm so good? // Physics of Plasmas V. 20.8. P. 084503. 2013. <https://doi.org/10.1063/1.4818428>
- *Sarkar R., Roy A.* Monte Carlo simulation of CRAND protons trapped at low Earth orbits // Adv. Space Res. V. 69. P. 197–208. 2022. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2021.10.006>
- *Selesnick R.S., Looper M.D., Mewaldt R.A.* A theoretical model of the inner proton radiation belt // Space Weather. V. 5. 2007. <https://doi.org/10.1029/2006SW000275>.
- *Smart D.F., Shea M.A.* Geomagnetic cutoffs: A review for space dosimetry applications // Adv. Space Res. V. 14. № 10. P. 787–796. 1994.
- *Smart D.F., Shea M.A.* A review of geomagnetic cutoff rigidities for earth-orbiting spacecraft // Adv. Space Res. V. 36. P. 2012–2020. 2005.
- *Smart D.F., Shea M.A.* Fifty years of progress in geomagnetic cutoff rigidity determinations // Adv. Space Res. V. 44. P. 1107–1123. 2009.
- *Smart D.F., Shea M.A.* Vertical Geomagnetic Cutoff Rigidities for Epoch 2015 // Proceedings of science. 2019. // 36th International Cosmic Ray Conference. ICRC2019. July 24th August 1st. 2019.
- *StoËrmer C.* The Polar Aurora. Clarendon Press Oxford. 1955

Calculation of Geomagnetic Cutoff Rigidity Using Tracing Based on the Buneman–Boris Method

P. A. Kruchinin^{1,*}, V. V. Malakhov^{1,**}, V. S. Golubkov^{1,***}, A. G. Mayorov^{1,****}

¹National Research Nuclear University Moscow Engineering Physics Institute, Moscow, Russia

*e-mail: kruchinin_01@inbox.ru

**e-mail: vvmalakhov@mephi.ru

***e-mail: vlad10433@mail.ru

****e-mail: agmayorov@mephi.ru

The work includes the development of a method for determining the rigidity of geomagnetic cutoff based on tracing charged particles in the Earth's magnetic field using the particle-in-cell method, implemented in the Buneman–Boris scheme. To test the method, calculations of the geomagnetic cutoff rigidity were carried out in the field of an ideal dipole and in the field specified by the IGRF model. In the first case, the obtained data were compared with analytical values. The calculation accuracy in this case was 3 MV. In the

second case, the penumbra pattern was reproduced at different geographical points for different periods, and the stability of the method to small perturbations of the initial parameters was also investigated. As the main results of the work, maps of geomagnetic cutoff rigidity at the altitudes of low-orbit satellites for different directions in space, as well as their variations from 1900 to 2015, were constructed and analyzed.

Keywords: geomagnetic cutoff rigidity, geomagnetic cutoff penumbraparticle tracing, Buneman–Boris method.